

Chapitre 9

Application à un cas de bâtiment

- 1- Description du bâtiment
- 2- Conception de la structure
- 3- Plans des coffrages : (planchers et fondations)
- 4- Etude de certains éléments de la structure
 - 4-1. Hypothèses de calcul
 - 4-2. Evaluation des charges
 - 4-2.1 Charges surfaciques
 - 4-2.2 Charges linéaires
 - 4-3. Etude d'une nervure
 - 4-3.1. Sollicitations
 - 4-3.2. Armatures
 - 4-3.2.1 Armatures longitudinales
 - 4-3.2.2 Armatures transversales (étriers)
 - 4-4. Etude d'une poutre continue
 - 4-4.1. Sollicitations
 - 4-4.2. Armatures
 - 4-4.3. Flèches
 - 4-5. Etude d'un poteau
 - 4-5.1. Descente des charges
 - 4-5.2. Dimensionnement
 - 4-5.2.1. Armatures longitudinales
 - 4-5.2.2. Armatures transversales
 - 4-6. Etude d'une semelle isolée
 - 4-6.1. Descente des charges
 - 4-6.2. Dimensionnement
 - 4-6.3. Armatures
 - 4-7. Chape
 - 4-8. Murs de soutènement
 - 4-8.1 Pré dimensionnement
 - 4-8.2 Principe du calcul
 - 4-8.3 Dimensionnement
 - 4-9. Escaliers

APPLICATION A UN CAS DE BATIMENT

1- DESCRIPTION DU BATIMENT

Le bâtiment à étudier est constitué d'un rez-de-jardin « RDJ » partiel couvrant une surface d'environ 65 m² et d'un rez-de-chaussée « RDC » d'une superficie d'environ 140 m².

Le RDJ implanté à -2.00m par rapport au terrain naturel « TN » sera un cabinet de vétérinaire. Il est formé d'un bureau, d'un hall d'accueil et d'un local de consultation des animaux.

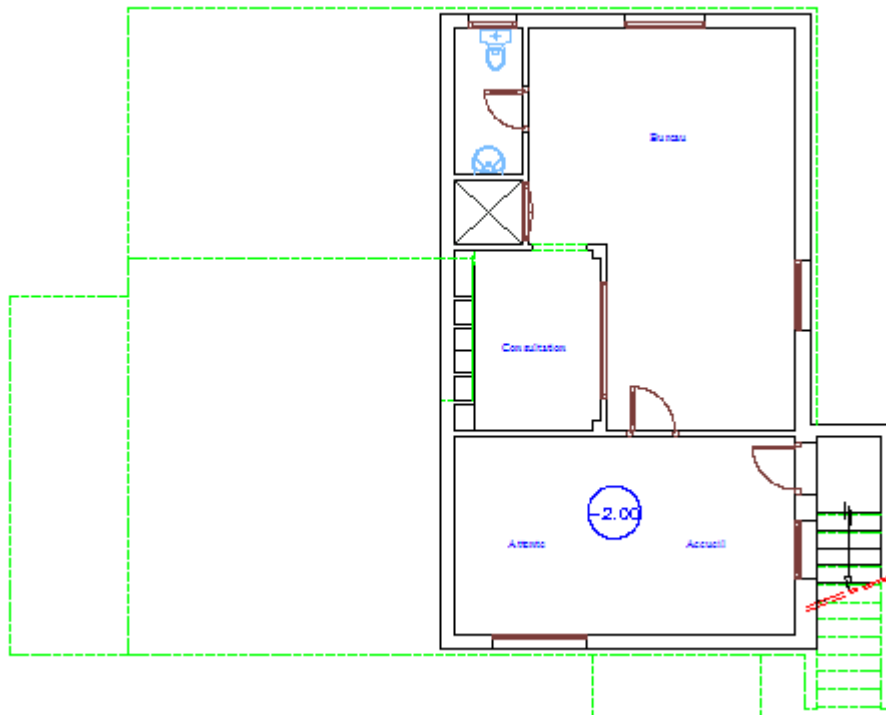
Le RDC se trouve en partie au dessus du RDJ à un niveau + 1.10m et comprend la chambre des parents, une autre chambre, la cuisine et une salle de bain. Le reste du RDC situé à + 0.60m du TN est le niveau du salon.

L'accès principal au bâtiment se fait à travers la terrasse couverte située à + 0.60m.

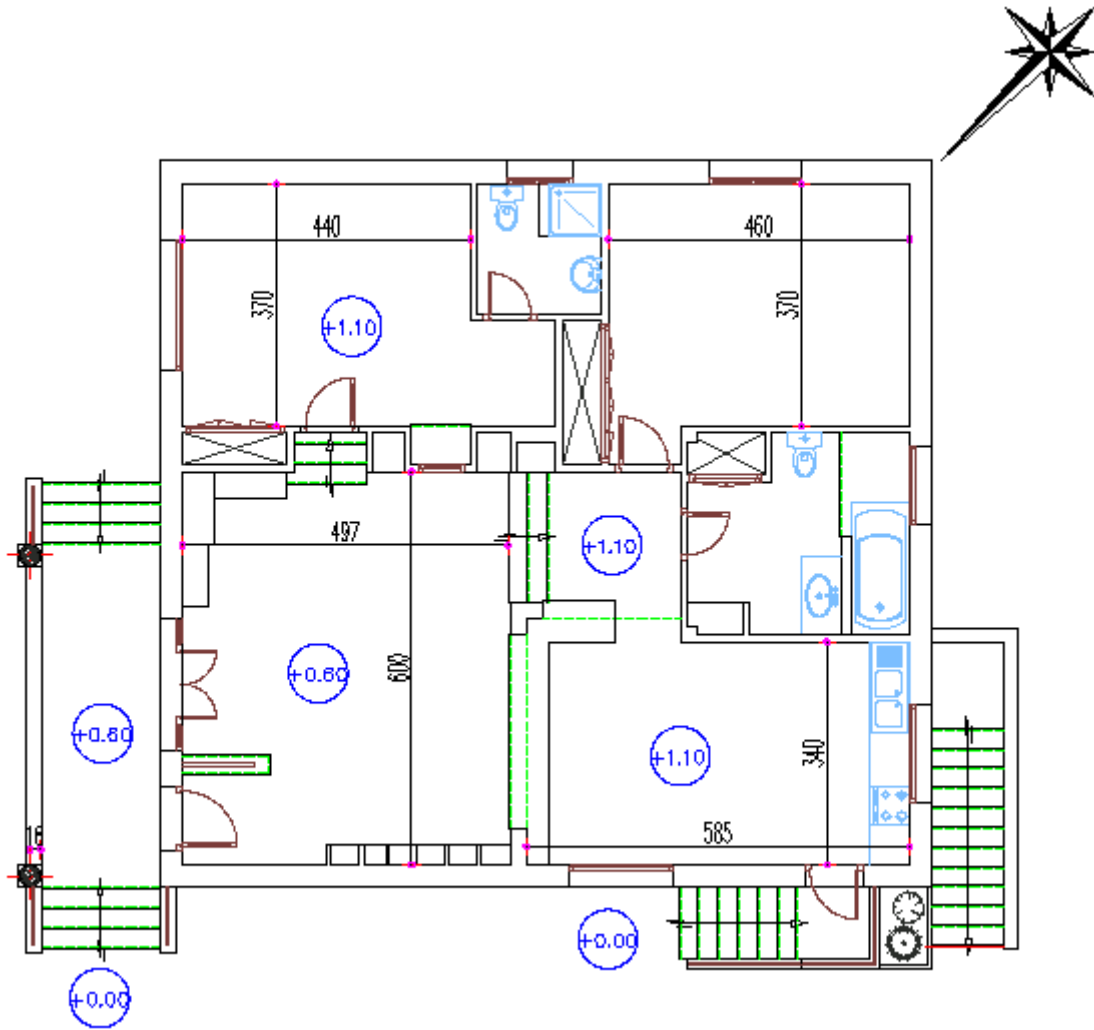
Le RDJ est indépendant du RDC et son accès se fait par la descente des escaliers droits du niveau + 0.00m à - 2.00m du TN.

Le RDC est enterré sur une hauteur de 1,40m et éclairé par des vasistas situés dans les 60 cm restant au dessus du TN. Dans la partie enterrée le mur périphérique constitue un mur de soutènement des terres qui sont situées à l'extérieur du RDJ et par conséquent il serait utile de prévoir un système de drainage des eaux susceptibles de s'accumuler derrière le mur.

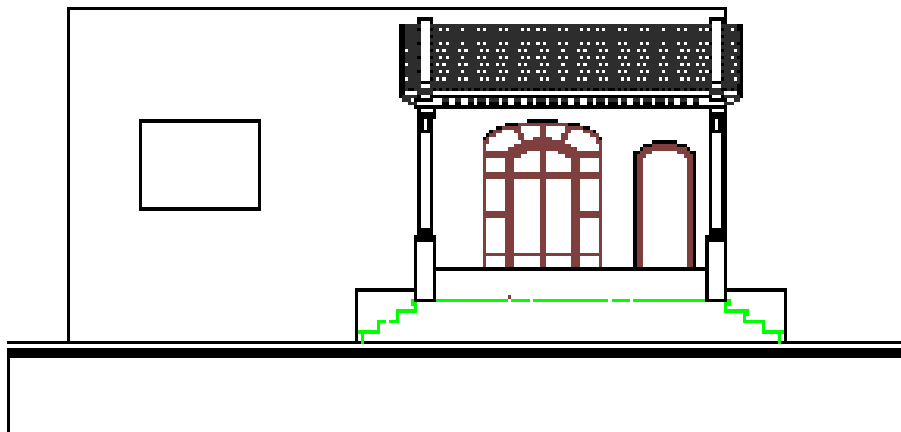
PLAN REZ DE JARDIN



PLAN REZ DE CHAUSSEE



FACADE PRINCIPALE



FACADE LATÉRALE



2- CONCEPTION DE LA STRUCTURE

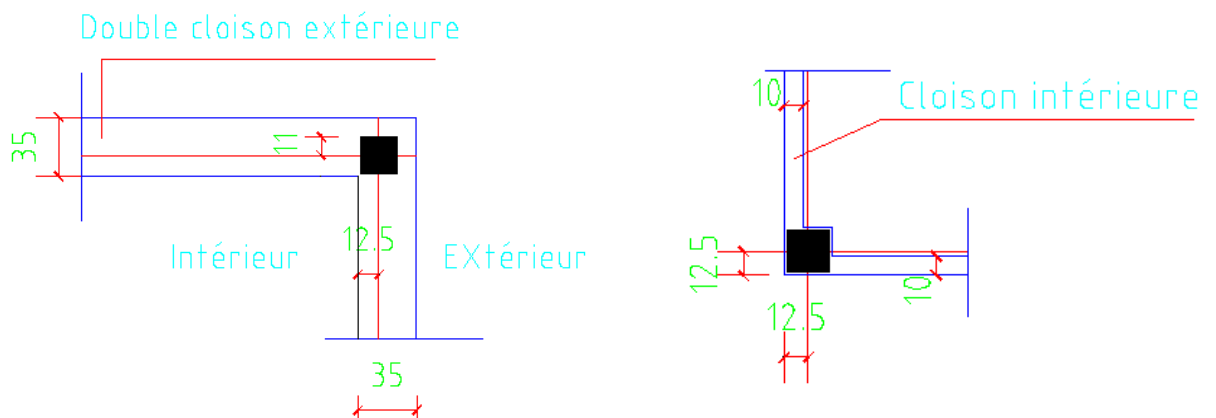
La conception va passer par les étapes suivantes :

❖ Implantation des poteaux

Les poteaux sont implantés de manière qu'ils soient entièrement cachés dans les doubles cloisons ou camouflés dans les coins des pièces (chambres, salle de bain et cuisine) et au même temps superposés pour la partie commune des deux niveaux.

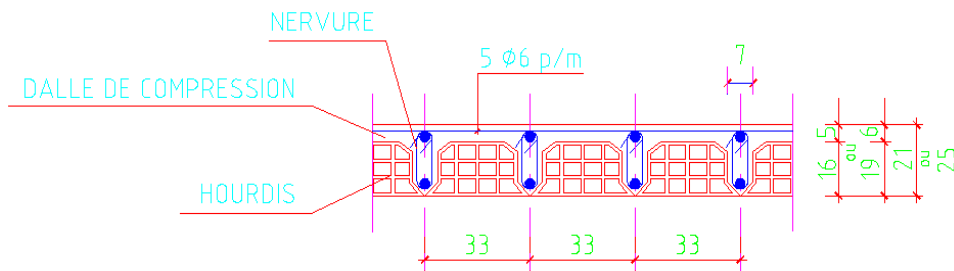
Les poteaux P4 et P7 sont respectivement proches des poteaux P3 et P6 car on ne peut pas se permettre d'avoir des retombées pour les poutres B2.2 et B3.1. (voir plans de coffrages)

Au première étape, les axes des poteaux doivent correspondre aux centres d'une section (22x22). Ensuite, les sections définitives seront déterminées après l'élaboration de la descente des charges réelles.



❖ Choix des planchers

Pour des raisons économiques, on va essayer de choisir des planchers nervurés à corps creux :



Les nervures doivent avoir des portées permettant d'opter pour le type (16+5) ($L_{\max} = 4.70$ m) ou par obligation pour le type (19+6) ($L_{\max} = 5.60$ m).

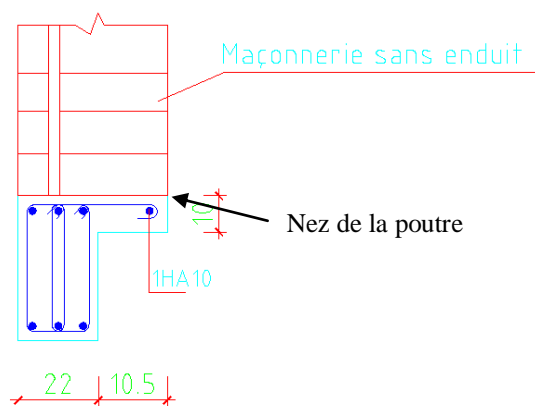
Pour notre cas, le seul problème s'est trouvé au niveau du plafond du salon. En effet, le plancher doit reposer sur des poutres camouflées par les murs du salon (pour ne pas voir des retombées) et par conséquent la portée la plus petite des nervures va être égale à 5.03 m ce qui oblige à choisir un plancher N(19+6).

❖ Choix des poutres

Les poutres sont choisies selon des files perpendiculaires aux nervures et de manière qu'elles soient entièrement cachées par les doubles cloisons ou camouflées par les cloisons intérieures.

Pour optimiser les sections, les poutres devraient être continues.

Chaque poutre périphérique supportant une double cloison de l'étage supérieur doit avoir un nez du côté extérieur du mur.



❖ Choix des raidisseurs

Les raidisseurs sont des poutres noyées dans le plancher portant dans le sens parallèle aux nervures.

❖ Choix des murs de soutènement

Les voiles de soutènement doivent être implantés sur la périphérie du RDJ, sur toute la hauteur des parties enterrées.

Nous avons opté pour deux types de murs (notés V1 et V2) étant donné que trois faces sont enterrées jusqu'au niveau +0.00 et la quatrième face est enterrée jusqu'au niveau + 0.50 m.

Les voiles ne supporteront pas les charges verticales. Ils joueront uniquement le rôle de soutènement. (les poteaux seront juxtaposés avec les voiles pour reprendre les charges des planchers)

❖ Choix des fondations

Les fondations seront :

- des semelles isolées sous les poteaux.
- des semelles filantes sous les murs de soutènement.

Pour économiser la quantité des aciers et ne pas faire descendre les semelles armées beaucoup en profondeur, on posera les semelles sur des massifs de gros béton.

❖ Représentation des planchers :

Les nervures sont représentées par des lignes distantes de 33 cm (pour ne pas encombrer le plan, on dessine les deux premières nervures du côté des rives de chaque plancher)

Le type de plancher sera désigné au dessus d'une ligne perpendiculaire aux nervures.

❖ Nomination des éléments :

- Nomination des poteaux :

Pour ne pas confondre un poteau avec un autre au stade de l'exécution, on doit repérer chaque file verticale (selon chaque étage traversé par le poteau) par la lettre P suivie d'un même numéro (unique).

- Nomination des poutres :

Pour chaque plancher, on doit donner une lettre repère désignant les poutres (A,B,C, etc)

Si la poutre est isostatique, elle sera désignée par une lettre et un chiffre indiquant son numéro.

Si la poutre est continue, chaque travée sera désignée par une lettre suivie de deux chiffres séparés par un tiret ou un point (le premier chiffre désigne le numéro de la file et le deuxième désigne le numéro de la travée).

Devant chaque nom, on indique les dimensions de la section de la poutre.

Exemple : B5 (32x21) est une poutre isostatique du plancher haut RDC, son numéro est 5, sa largeur est égale à 32 cm et sa hauteur est égale à 21cm.

B1.1 – B1.2 est une poutre continue dont le numéro de la file est 1 et le nombre de travées est deux.

La numérotation des poutres ou des files devrait être faite en partant en premier lieu du haut vers le bas en passant de gauche vers la droite et puis de gauche vers la droite en passant du bas vers le haut.

- Nomination des raidisseurs :

Les raidisseurs doivent être repérés par la lettre R suivie des dimensions de la section. Ils devraient être choisis par types : les raidisseurs comportant le même nom doivent avoir les mêmes sections de béton et d'armatures et pas forcément la même portée.

- Nomination des semelles isolées :

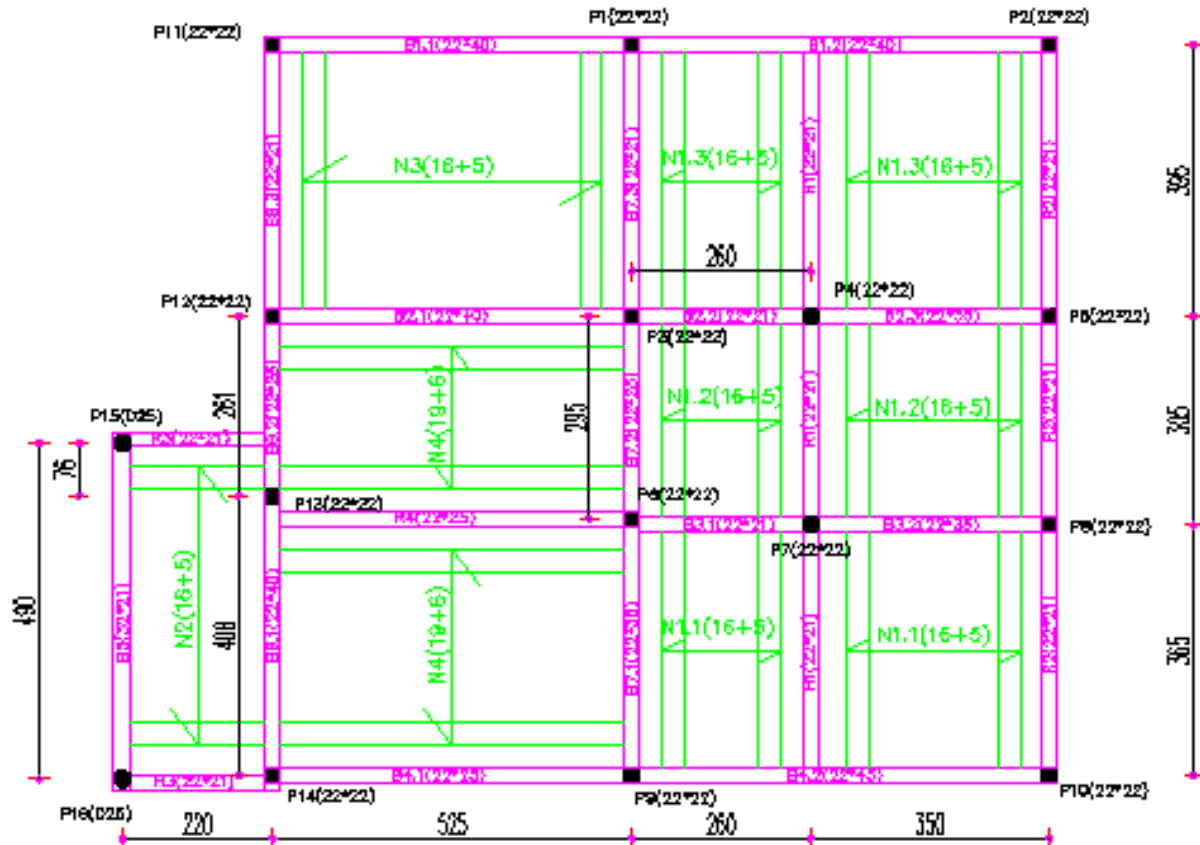
Les semelles sont repérées par la lettre S suivie d'un chiffre. A chaque nom on fait correspondre les dimensions des semelles armées et du gros béton (largeur, longueur et hauteur)

3- PLANS DE COFFRAGES : (PLANCHERS ET FONDATIONS)

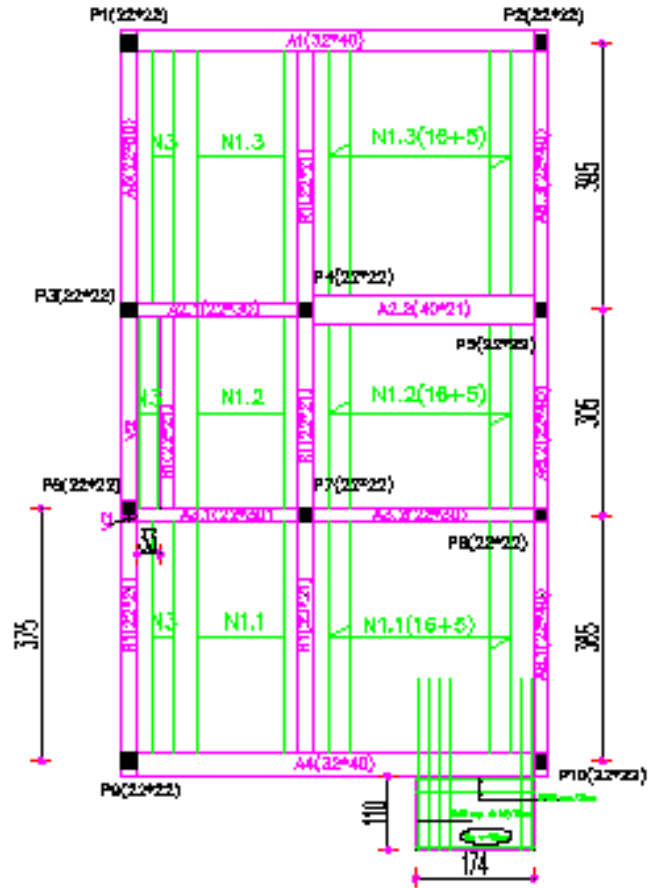
Les plans indiqués ci-dessous ont été établis après avoir fait les pré-dimensionnements et les vérifications nécessaires de toutes les sections.

Les détails de certains calculs seront présentés dans les prochains paragraphes.

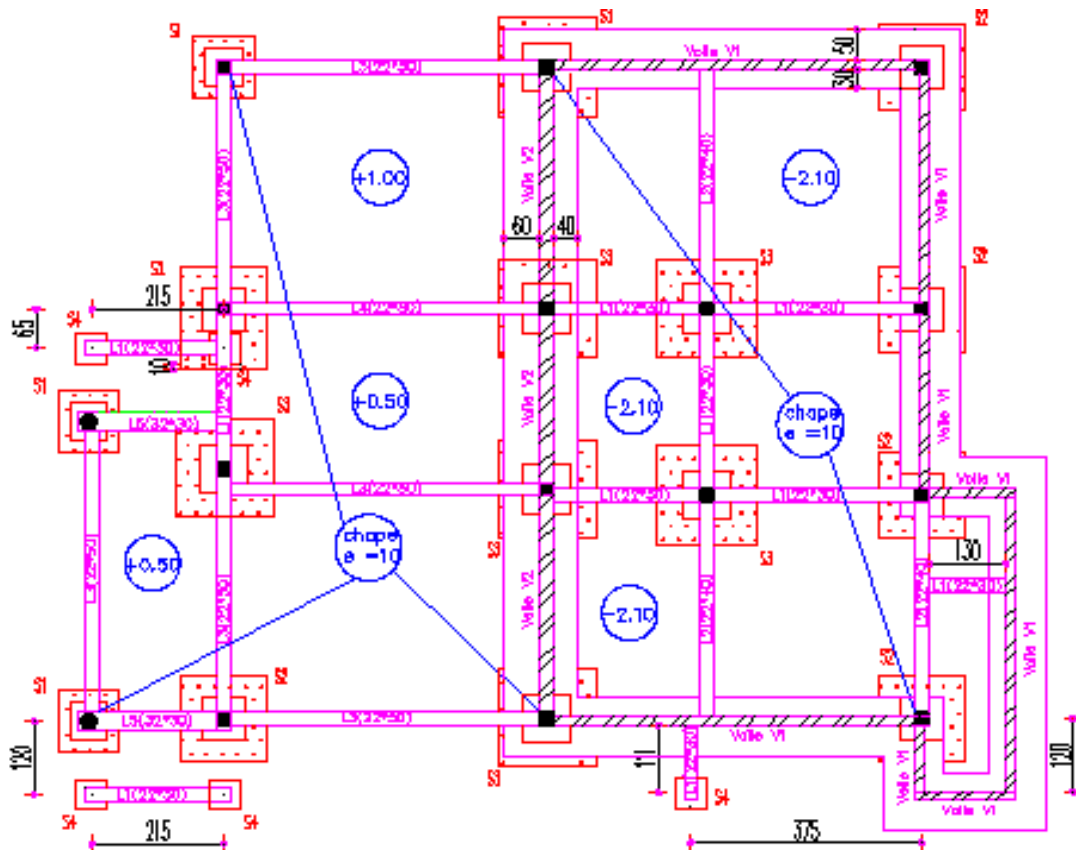
PLANCHER HAUT RDC



PLANCHER HAUT RDJ



PLAN DE FONDATIONS



4- ETUDE DE CERTAINS ELEMENTS DE LA STRUCTURE

4-1. Hypothèses de calcul

❖ Béton :

Dosé à 350 kg/m^3 de ciment CEM I 32.5 ou 42.5 ;

$f_{c28} = 23 \text{ MPa}$ (valeur garantie sans avoir recours à un contrôle strict) ;

$f_{t28} = 0.6 + 0.06 \times f_{c28} = 1.98 \text{ MPa}$;

❖ Aciers :

Longitudinaux : HA FeE400 (à haute adhérence) ;

Transversaux : RL FeE215 (ronds lisses) ;

- Fissuration peu préjudiciable (atmosphère non agressive et la structure périphérique est chemisée par la maçonnerie) ;

- Durée d'application des charges : supérieure à 24 heures ;

- Résistance de calcul pour le béton: $f_{bu} = 0.85 f_{c28} / (\theta \gamma_b) = 0.85 \times 23 / (1 \times 1.5) = 13.03 \text{ MPa}$;

- Résistance de calcul pour les aciers longitudinaux: $f_{ed} = f_e / \gamma_s = 400 / 1.15 = 348 \text{ MPa}$;

- Contrainte limite de compression du béton aux ELS : $\bar{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{c28} = 13.80 \text{ MPa}$.

- Contrainte limite de traction dans l'acier aux ELS $\bar{\sigma}_s$: la limitation n'est pas nécessaire étant donné que la fissuration est peu préjudiciable.

- Contrainte tangentielle limite :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fissuration peu} \\ \text{préjudiciable} \end{array} \right\} \rightarrow \tau_{\text{lim}} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,20 f_{c28} / 1.5 \\ 5 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \tau_{\text{lim}} = 3.1 \text{ MPa.}$$

4-2. Evaluation des charges

4-2.1 Charges surfaciques

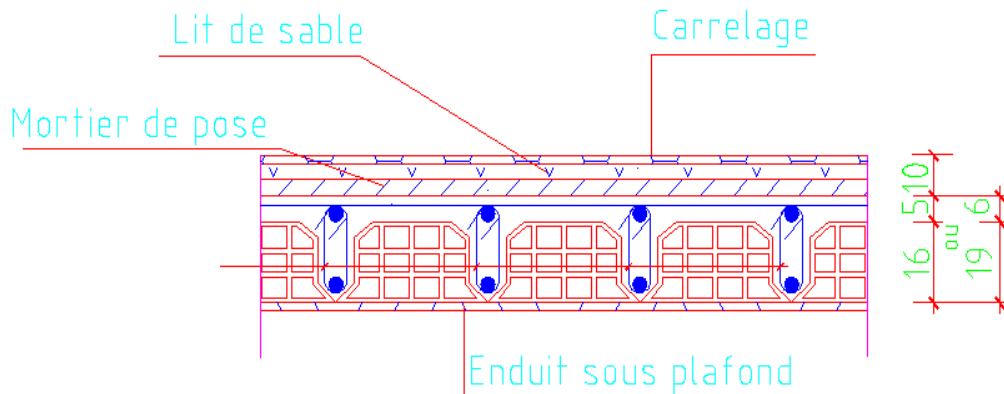
a - Charges d'exploitation

Sur plancher terrasse : 1 kN/m^2 ;

Sur plancher haut RDJ: 1.5 kN/m^2 (usage d'habitation);

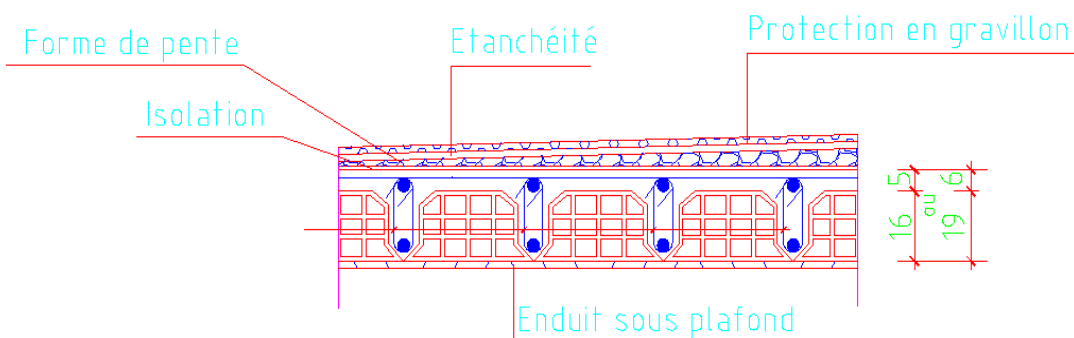
b - Charges permanentes

- Sur plancher intermédiaire (PLANCHER HAUT R.D.J.) :



Plancher nervuré N(16+5)	
Composants :	G (kN/m ²)
Revêtement :	
Carrelage d'épaisseur de 2.5 cm : $0.025 \times 22 = 0.55$	
lit de sable sur une épaisseur de 5 cm : $0.05 \times 16 = 0.8$	
Mortier de pose sur une épaisseur de 2.5 cm : $0.025 \times 18 = 0.45$	
Total = 1.80	1.80
Poids propre du plancher (corps creux + nervures + dalle de compression) :	2.80
Enduit sous plafond : $0.015 \times 18 = 0.27 \approx 0.30$	0.30
Total	5.00

- Sur plancher terrasse (PLANCHER HAUT R.D.C.) :



Plancher nervuré N(16+5)	
Composants :	G (kN/m ²)
Protection en gravillons sur une épaisseur de 4 cm : $20 \times 0.04 = 0.8$	0.80
Etanchéité	0.10
Réduit de forme de pente sur une épaisseur moyenne de 10 cm : 20×0.10	2.00
Isolation de poids négligeable	
Poids propre du plancher	2.80
Enduit sous plafond : $0.015 \times 18 = 0.27 \approx 0.30$	0.30
Total	6.10

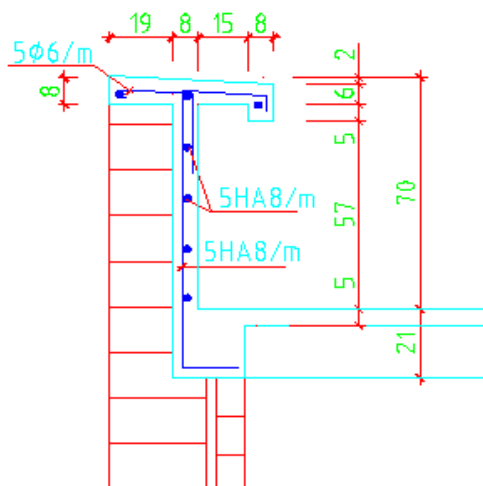
Plancher nervuré N(19+6)	
Composants :	G (kN/m²)
Protection en gravillons sur une épaisseur de 4 cm : $20 \times 0.04 = 0.8$	0.80
Etanchéité	0.10
Réduit de forme de pente sur une épaisseur moyenne de 10 cm : 20×0.10	2.00
Isolation de poids négligeable	
Poids propre du plancher	3.45
Enduit sous plafond : $0.015 \times 18 = 0.27 \approx 0.30$	0.30
Total	6.65

4-2.2 Charges linéaires

	G (kN/m)
Double cloison de 3m de hauteur (e = 35cm) : [11 x (0.2 + 0.07) + 18 x (0.015 + 0.025)] x 3 = 11.1	11.10
Double cloison de 3.5m de hauteur (e = 35cm) : [11 x (0.2 + 0.07) + 18 x (0.015 + 0.025)] x 3.5 = 12.9	12.90
cloison de 3 m de hauteur (e = 10cm) : [11 x 0.07 + 18 x (0.015 + 0.015)] x 3 = 3.93	4.00
Acrotère : [0.62 x 0.08 + 0.50 x 0.07 + 0.08 x 0.05] x 25 = 2.20	2.20

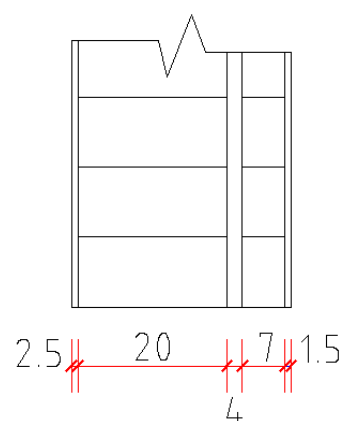
($\gamma_{\text{briques creuses}} = 11 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_{\text{mortier}} = 18 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_{\text{sable}} = 16 \text{ kN/m}^3$ et $\gamma_{\text{béton armé}} = 25 \text{ kN/m}^3$)

COUPE SUR ACROTÈRE



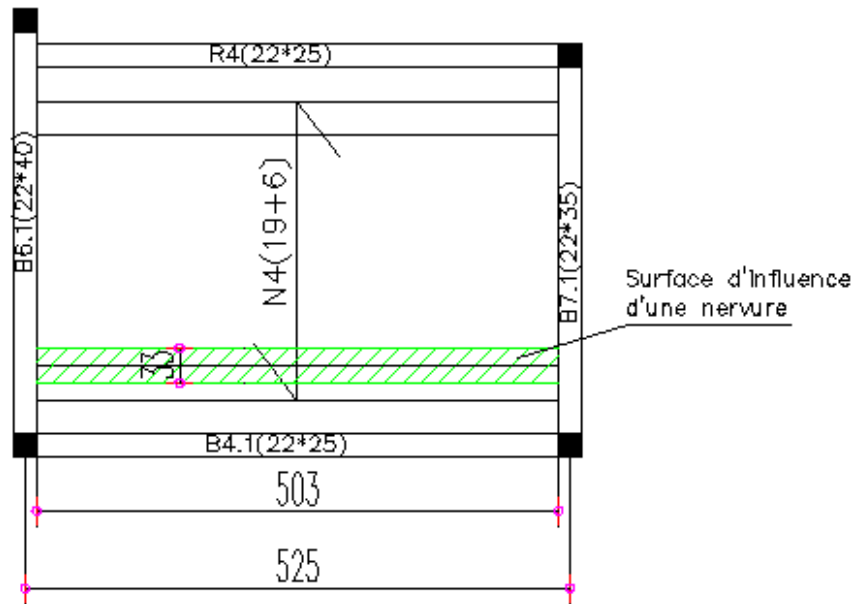
COUPE SUR DOUBLE CLOISON

(e = 35 cm)

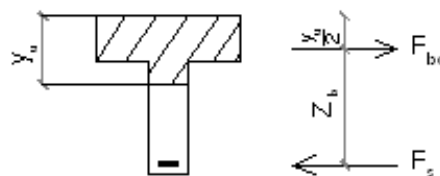
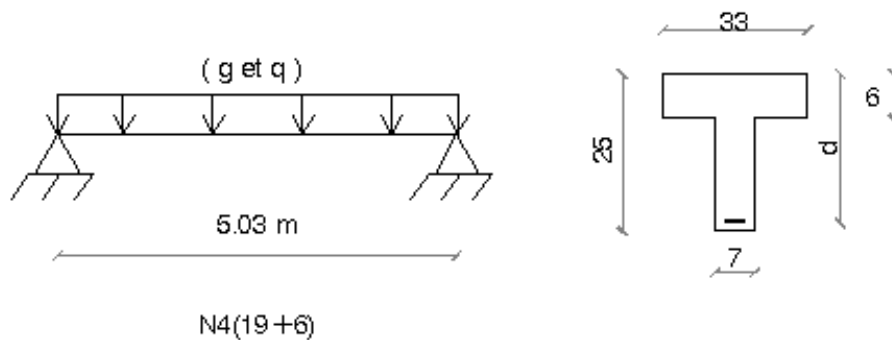


4-3. Etude d'une nervure

Nous allons étudier la nervure N4 du plancher terrasse.



□ Schéma mécanique :



La nervure est considérée comme une poutre isostatique sur appuis, de forme en T, soumise à une charge uniformément répartie décomposée en g et q.

Les dimensions transversales sont :

$b = 33 \text{ cm}$, $b_0 = 7 \text{ cm}$, $h = 25 \text{ cm}$, $h_0 = 6 \text{ cm}$.

et la hauteur utile est considérée : $d = 0.9 h = 22.5 \text{ cm}$.

4-3.1. Sollicitations

□ Charges au ml

$$g = 6.65 \text{ kN/m}^2 \times 0.33 \text{ m} = \mathbf{2.20 \text{ kN/m}}$$

$$q = 1 \text{ kN/m}^2 \times 0.33 \text{ m} = \mathbf{0.33 \text{ kN/m}}$$

➤ Charge aux ELS : $q_{\text{ser}} = g + q = \mathbf{2.53 \text{ kN/m}}$

➤ Charge aux ELU : $q_u = 1.35 g + 1.5 q = \mathbf{3.47 \text{ kN/m}}$

□ Moments fléchissants maximums

$$M_{\text{ser}} = q_{\text{ser}} \times L^2 / 8 = 2.53 \times 5.03^2 / 8 = \mathbf{8 \text{ kNm}}$$

$$M_u = q_u \times L^2 / 8 = 3.47 \times 5.03^2 / 8 = 10.97 \text{ kNm} \approx \mathbf{11 \text{ kNm}}$$

□ Efforts tranchants maximums

$$V_{\text{ser}} = q_{\text{ser}} \times L / 2 = 2.53 \times 5.03 / 2 = 6.36 \text{ kN} \approx \mathbf{6.4 \text{ kN}}$$

$$V_u = q_u \times L / 2 = 3.47 \times 5.03 / 2 = 8.73 \text{ kN} \approx \mathbf{8.8 \text{ kN}}$$

4-3.2. Armatures

La nervure sera armée par une seule file d'armatures (une barre inférieure tendue et une barre supérieure de montage) entourées par des étriers.

4-3.2.1 Armatures longitudinales

□ Sections d'armatures

$$F_{bc} = b h_0 f_{bu} = 0.33 \times 0.06 \times 13.03 = 0.258 \text{ MN}$$

$$Z_b = d - h_0 / 2 = 19.5 \text{ cm} = 0.195 \text{ m}$$

$$\text{Le moment équilibré par la table soumise totalement à } f_{bu} \text{ est : } M_{Tu} = F_{bc} \cdot Z_b = 0.0503 \text{ MNm} \\ = 50.3 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_u < M_{Tu} \Rightarrow \text{la section sera considérée comme rectangulaire (} b = 33 \text{ cm et } d = 22.5 \text{ cm)}$$

$$\gamma = M_u / M_{\text{ser}} = 11 / 8 = 1.375$$

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu}} \Rightarrow \mu_{bu} = 0.238$$

$$\text{Fe E 400 et } f_{c28} = 23 \text{ MPa} \leq 30 \text{ MPa} \Rightarrow 10^4 \cdot \mu_{lu} = 3440 \cdot \theta \cdot \gamma + 49 \times \frac{f_{c28}}{\theta} - 3050$$

$$\mu_{lu} = 0.3237$$

$$\Rightarrow \mu_{bu} < \mu_{lu} \text{ et } \mu_{bu} < 0.275$$

⇒ on n'aura pas besoin d'armatures comprimées ($A' = 0$) et la section d'armatures tendues sera déterminée à l'aide de la méthode simplifiée :

$$Z_b = d (1 - 0,6 \mu_{bu})$$

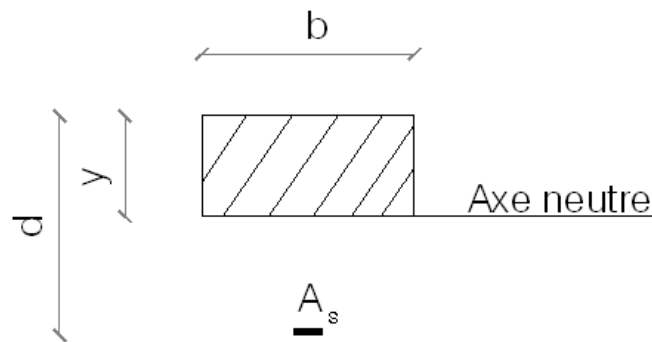
$$Z_b = 0.167 \text{ m}$$

$$A_u = \frac{M_u}{Z_b \cdot f_{ed}} = \frac{0.011}{0.167 \cdot 348} = 1.89 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1.89 \text{ cm}^2$$

→ On choisit : $A_u = 1 \text{ HA } 16$ (⇒ $A_{\text{réelle}} = 2.01 \text{ cm}^2$)

$$\mu_{bu} > 0.03 \Rightarrow A_u > A_{\min}$$

□ Vérifications des contraintes



- Position de l'axe neutre

$$f(y) = \frac{b \cdot y^2}{2} - 15 A_s (d - y)$$

$$f(y) = 0 \Rightarrow \frac{b \cdot y^2}{2} + 15 A_s y - 15 A_s d = 0$$

$$16.5 y^2 + 15 \times 2.01 y - 15 \times 2.01 \times 22.5 = 0$$

$$16.5 y^2 + 30.15 y - 678.4 = 0$$

$$\Rightarrow y = 5.6 \text{ cm}$$

- Moment d'inertie de la section supposée homogène

$$I = \frac{b \cdot y^3}{3} + 15 A_s (d - y)^2$$

$$I = 10543 \text{ cm}^4 = 1.054 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

- Contrainte de compression maximale dans le béton à l'ELS

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser.y}}{I} = \frac{8 \times 0.056}{1.054 \times 10^{-4}} = 4.25 \times 10^3 \text{ kPa} = 4.25 \text{ MPa}$$

→ $\sigma_{bc} < 0.6 f_{c28}$ (il n'y a pas un dépassement des contraintes)

4.3.2.2 Armatures transversales (étriers)

□ Sections et espacements d'armatures

Le rapport entre la valeur et l'espacement des armatures transversales est donné par la relation :

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \cdot \frac{f_{et}}{\gamma_s} \geq \frac{\tau_u - 0.3 \cdot k \cdot f_{t28}}{0.9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad \text{avec :}$$

- α = inclinaison des A_t
- A_t droites $\Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$
- $f_{et} = 215 \text{ MPa}$ et $\gamma_s = 1,15$
- $f_{t28} = 1.98 \text{ MPa}$
- Le cas de calcul correspond à la flexion simple et il n'y a pas de reprise de bétonnage $\Rightarrow k = 0$
- Contrainte tangentielle conventionnelle : $\tau_u = \frac{V_{u0}}{b_0 \cdot d}$

La charge est uniformément répartie \Rightarrow on peut considérer au voisinage de l'appui:

$$V_{u0} = V_u - Q_u \times \frac{5 \cdot h}{6} = 8.8 - 3.47 \times \frac{5 \times 0.21}{6} = 8.2 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \tau_u = \frac{8.2}{0.07 \times 0.225} = 520.6 \text{ kPa} = 0.52 \text{ MPa} < \tau_{lim}$$

→ $\tau_u < \tau_{lim}$ (il n'y a pas un dépassement des contraintes)

$$\Rightarrow \frac{A_t}{S_t} \geq \frac{b_0 \cdot (\tau_u - 0.3 f_{t28})}{0.9 \cdot \frac{f_{et}}{\gamma_s}}$$

$(\tau_u - 0.3 f_{t28})$ est une valeur négative $\Rightarrow \frac{A_t}{S_t} \geq 0$

\Rightarrow on aura recours au pourcentage minimal :

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \cdot f_{et} \geq 0.4 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{0,4 \times b_0}{\text{fet}}$$

$$\rightarrow \frac{A_t}{S_t} \geq \frac{1}{76.8} \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\phi_t \leq \min \begin{cases} \phi_l = 16 \text{ mm} \\ \frac{h}{35} = 6 \text{ mm} \\ b_0 / 10 = 7 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow \phi_t \leq 6 \text{ mm}$$

On fait correspondre donc A_t à un étrier $\phi 6$ (couture de deux files $\phi 6$)

$$\Rightarrow A_t = 2 \times 0.283 = 0.565 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow s_{t,0} \leq 76.8 \times 0.565 = 43.3 \text{ cm}$$

On vérifie l'espacement maximal :

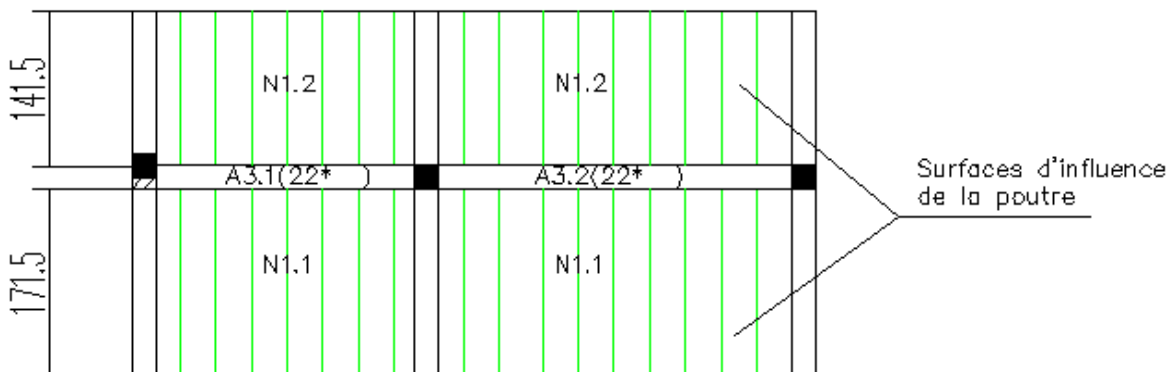
$$\bar{S}_t = \min \begin{cases} 0.9 d \\ 40 \text{ cm} \end{cases} = 0.9 \times 22.5 = 20.25 \text{ cm}$$

$$\rightarrow s_{t,0} = 20 \text{ cm}$$

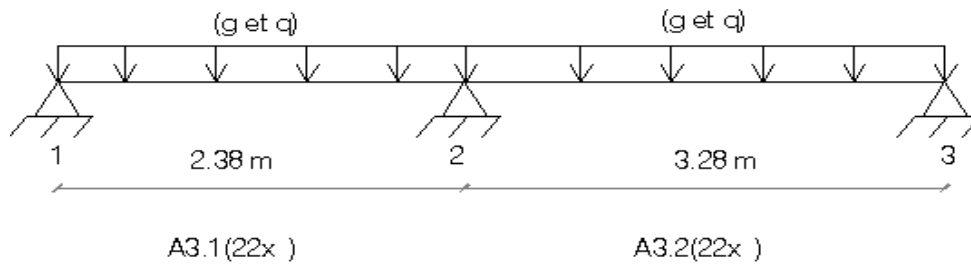
→ Répartition des étriers : Les premier et dernier espacements seront à 10 cm des nus intérieurs des poutres. Ensuite la répartition des espacements sera par des pas de 20cm.

4-4. Etude d'une poutre continue

On va étudier la poutre **A3.1- A3.2** du plancher haut RDJ.



□ Schéma mécanique



La poutre est composée de deux travées, de forme rectangulaire, de section constante, soumise sur les deux travées à une charge uniformément répartie décomposée en g et q. (les deux travées reçoivent les mêmes charges)

- Dimensions :

La largeur des poutres est fixée à $b = 22$ cm correspondant à la dimension minimale des poteaux.

La hauteur est fixée forfaitairement à 30 cm $> 3.28/16$

4-4.1.Sollicitations

□ Charges au ml

Pour simplifier le calcul et tenir compte d'un cas de chargement plus défavorable, on considère que les nervures N1.1 et N1.2 se répartissent sur toute la longueur de la travée A3.1. La poutre A3.1 – A3.2 représente le premier appui intermédiaire de la nervure continue N1.1 - N1.2 - N1.3. Par conséquent, on fera une majoration de 10% sur les charges dues au plancher.

➤ Surcharges d'exploitation :

$$q = [1.5 \text{ kN/m}^2 \times (1.715 \text{ m} + 1.415 \text{ m})] \times 1.10 = 5.2 \text{ kN/m}$$

➤ Charges permanentes :

$$g = g_{pr} + g_{plancher} + g_{cloison} \quad \text{avec :}$$

$$g_{pr} = \text{poids propre} = 25 \times 0.22 \times 0.30 = 1.65 \text{ kN/m}$$

$$g_{plancher} = \text{charges permanentes dues aux nervures N1.1 et N1.2}$$

$$\Rightarrow g_{plancher} = [5 \text{ kN/m}^2 \times (1.715 \text{ m} + 1.415 \text{ m})] \times 1.10 = 17.21 \text{ kN/m}$$

$g_{cloison}$ = poids propre de la cloison (séparant la cuisine et la salle de bain) appliquée sur la poutre

Selon le plan d'architecture la cloison est de 10 cm d'épaisseur et de 3 m de hauteur

$$\Rightarrow g_{cloison} = 4 \text{ kN/m}$$

$$\Rightarrow g = 1.65 + 17.21 + 4 = 22.86 \text{ kN/m}$$

On retient : $g = 22.9 \text{ kN/m}$ et $q = 5.2 \text{ kN/m}$ (pour les deux travées)

- Charge à l'ELS : $p_{\text{ser}} = g + q = 28.1 \text{ kN/m}$
- Charge à l'ELU : $p_u = 1.35 g + 1.5 q = 38.7 \text{ kN/m}$

□ Moments fléchissants

- Le rapport entre les portées est : $L_1 / L_2 = 0.72 < 0.8 \Rightarrow$ la méthode forfaitaire n'est pas applicable.
- $Q < 5 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow$ la méthode de CAQUOT à charge d'exploitation élevée n'est pas applicable.

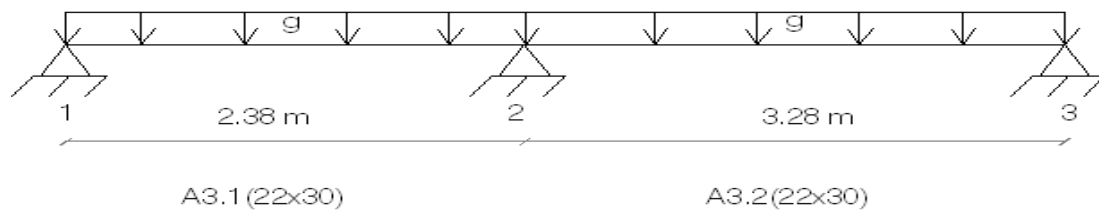
Donc, les moments sur appuis seront déterminés par la méthode de **CAQUOT minorée**.

Remarque : même si la méthode forfaitaire est applicable, cela n'empêchera pas la possibilité d'appliquer la méthode de CAQUOT minorée.

- Portées à considérer

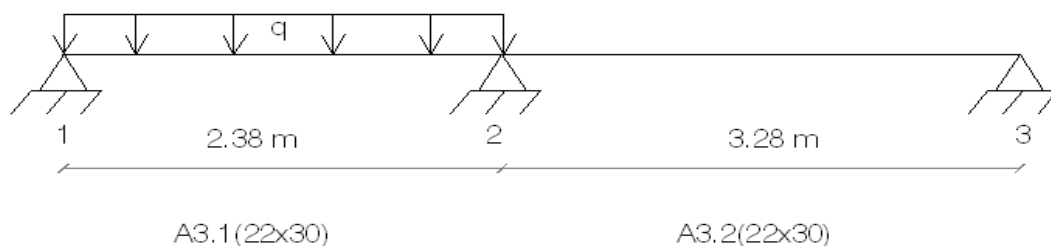
Les deux travées sont de rive $\Rightarrow L'_1 = L_1 = 2.38 \text{ m}$ et $L'_2 = L_2 = 3.28 \text{ m}$

- Moment sur appui 2 dû aux charges permanentes



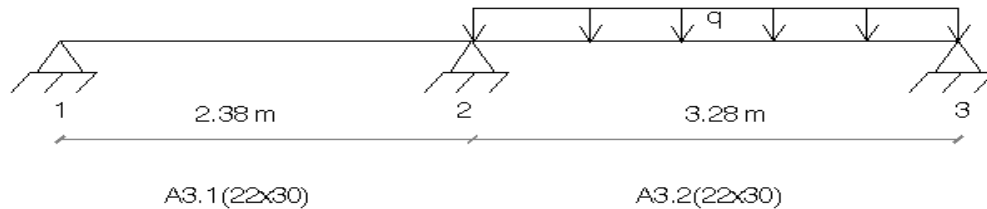
$$M_{2g} = - \frac{22.9 \times (2.38^3 + 3.28^3)}{8.5 \times (2.38 + 3.28)} = - 23.2 \text{ kNm}$$

- Moment sur appui 2 dû aux charges d'exploitation appliquées à gauche de l'appui



$$M_{2qw} = - \frac{5.2 \times 2.38^3}{8.5 \times (2.38 + 3.28)} = - 1.46 \text{ kNm}$$

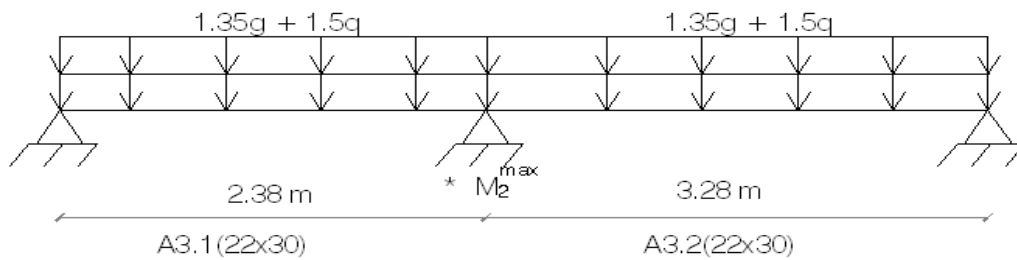
- Moment sur appui 2 dû aux charges d'exploitation appliquées à droite de l'appui



$$M_{2qe} = - \frac{5.2 \times 3.28^3}{8.5 \times (2.38 + 3.28)} = - 3.81 \text{ kNm}$$

- Cas de chargements

1^{er} cas : Moment ultime maximal sur appui 2 :

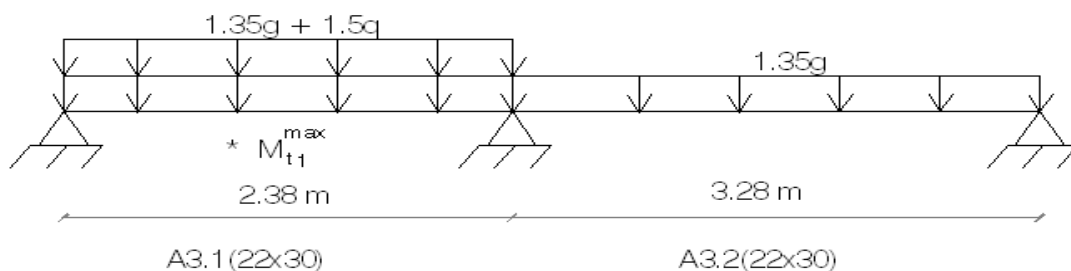


Par superposition des cas charges appliquées séparément :

$$M_{2u}^{\max} = 0.67 \times 1.35 M_{2g} + 1.5 (M_{2qw} + M_{2qe})$$

$$\rightarrow M_{2u}^{\max} = - 28.9 \text{ kNm}$$

2^{ème} cas : Moment ultime maximal en travée A3.1



$$M_{tu}(x) = M_{t0}(x) + M_{1u}\left(1 - \frac{x}{L_1}\right) + M_{2u} \frac{x}{L_1}$$

$$M_{tu}(x) = M_{t0}(x) + M_{2u} \frac{x}{L_1} \quad (M_{1u}=0)$$

$$M_{tu}(x) = \frac{q_u}{2} (L_1 x - x^2) + M_{2u} \frac{x}{L_1}$$

La valeur de M_{2u} doit être déduite à partir du cas de chargement donnant le moment en travée maximal.

$$M_{2u} = 1.35 M_{2g} \times 0.67 + 1.5 M_{2qw} = -23.17 \text{ kNm}$$

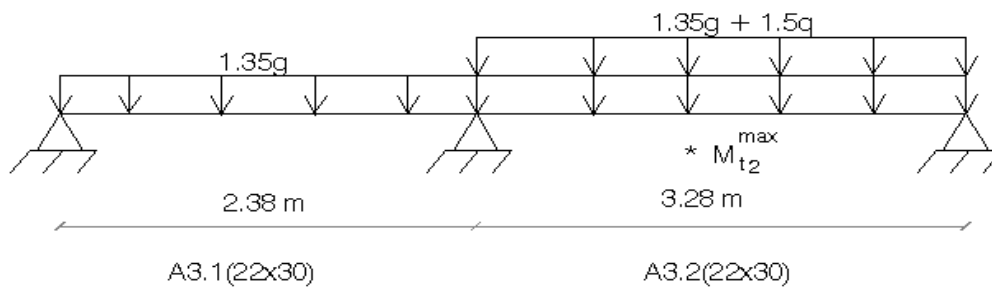
$$\Rightarrow M_{tu}(x) \text{ [kNm]} = 19.35(2.38x - x^2) - 9.73x \quad ; x \text{ [m]}$$

$$\rightarrow M_{tu}(x) \text{ [kNm]} = -19.35x^2 + 36.32x \quad ; x \text{ [m]}$$

$$\frac{dM_t}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = x_0 = 0.94 \text{ m} \Rightarrow M_{tu}^{\max} = M_{tu}(x_0) = 17.05 \text{ kNm}$$

$$\rightarrow M_{tu}^{\max} = 17.1 \text{ kNm}$$

3^{ème} cas : Moment ultime maximal en travée A3.2



$$M_{tu}(x) = M_{t0}(x) + M_{2u}\left(1 - \frac{x}{L_2}\right) + M_{3u} \frac{x}{L_2}$$

$$M_{tu}(x) = M_{t0}(x) + M_{2u}\left(1 - \frac{x}{L_2}\right) \quad (M_{3u}=0)$$

$$M_{tu}(x) = \frac{p_u}{2} (L_2 x - x^2) + M_{2u}\left(1 - \frac{x}{L_2}\right)$$

La valeur de M_{2u} doit être déduite à partir du cas de chargement donnant le moment en travée maximal.

$$M_{2u} = 1.35 M_{2g} \times 0.67 + 1.5 M_{2qe} = -26.7 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_{tu}(x) \text{ [kNm]} = 19.35(3.28x - x^2) - 26.7\left(1 - \frac{x}{3.28}\right) ; x \text{ [m]}$$

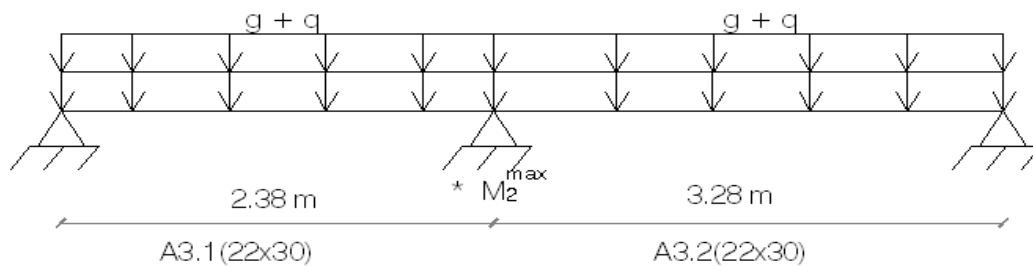
$$\rightarrow M_{tu}(x) \text{ [kNm]} = -19.35x^2 + 71.6x - 26.7 ; x \text{ [m]}$$

$$\frac{dM_t}{dx} = 0 \Leftrightarrow -38.7x + 71.6 = 0 \Leftrightarrow x = x_0 = 1.85 \text{ m}$$

$$\Rightarrow M_{tu}^{\max} = M_{tu}(x_0) = 39.54 \text{ kNm}$$

$$\rightarrow M_{tu}^{\max} = 39.6 \text{ kNm}$$

4^{ème} cas : Moment de service maximal sur appui 2

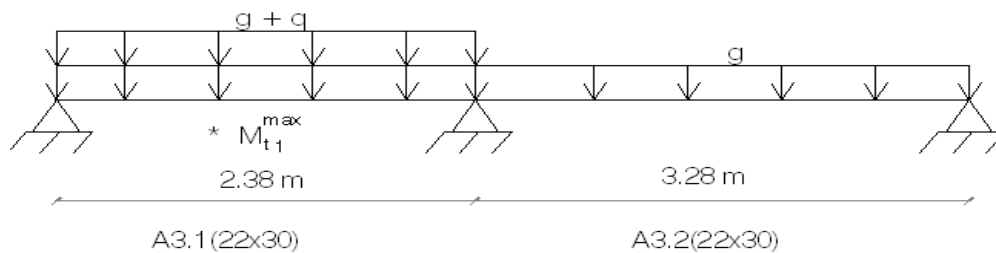


Par superposition des cas charges appliquées séparément :

$$M_{2ser}^{\max} = 0.67 \times M_{2g} + (M_{2qw} + M_{2qe})$$

$$\rightarrow M_{2ser}^{\max} = -20.8 \text{ kNm}$$

5^{ème} cas : Moment de service maximal en travée A3.1



$$M_{tser}(x) = M_{t0}(x) + M_{1ser}\left(1 - \frac{x}{L_1}\right) + M_{2ser} \frac{x}{L_1}$$

$$M_{tser}(x) = M_{t0}(x) + M_{2ser} \frac{x}{L_1} \quad (M_{1ser} = 0)$$

$$M_{tser}(x) = \frac{P_{ser}}{2}(L_1x - x^2) + M_{2ser} \frac{x}{L_1}$$

$$M_{2ser} = M_{2g} \times 0.67 + M_{2qw} = -17 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_{tser}(x) \text{ [kNm]} = 14.05(2.38x - x^2) - 7.14x \quad ; x \text{ [m]}$$

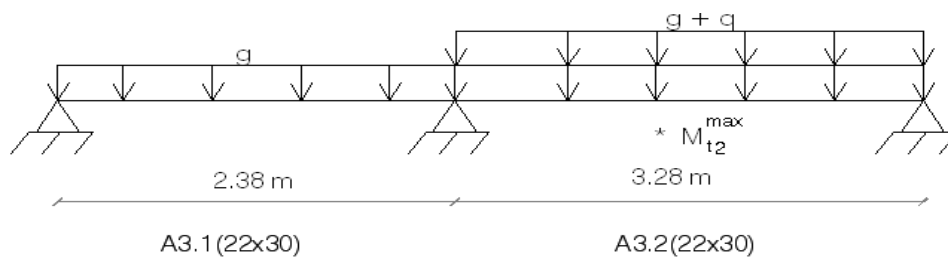
$$\rightarrow M_{tser}(x) \text{ [kNm]} = -14.05x^2 + 26.3x \quad ; x \text{ [m]}$$

$$\frac{dM_t}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = x_0 = 0.94 \text{ m}$$

$$\Rightarrow M_{tser}^{\max} = M_{tser}(x_0) = 12.3 \text{ kNm}$$

$$\rightarrow M_{tser}^{\max} = 12.3 \text{ kNm}$$

6^{ème} cas : Moment de service maximal en travée A3.2



$$M_{tser}(x) = M_{t0}(x) + M_{2ser}\left(1 - \frac{x}{L_2}\right) + M_{3ser}\frac{x}{L_2}$$

$$M_{tser}(x) = M_{t0}(x) + M_{2ser}\left(1 - \frac{x}{L_2}\right) \quad (M_{3ser}=0)$$

$$M_{tser}(x) = \frac{P_{ser}}{2}(L_2x - x^2) + M_{2ser}\left(1 - \frac{x}{L_2}\right)$$

$$M_{2ser} = M_{2g} \times 0.67 + M_{2qe} = -19.35 \text{ kNm}$$

$$\Rightarrow M_{tser}(x) \text{ [kNm]} = 14.05(3.28x - x^2) - 19.35\left(1 - \frac{x}{3.28}\right) \quad ; x \text{ [m]}$$

$$\rightarrow M_{tser}(x) \text{ [kNm]} = -14.05x^2 + 51.98x - 19.35 \quad ; x \text{ [m]}$$

$$\frac{dM_t}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = x_0 = 1.85 \text{ m}$$

$$\Rightarrow M_{tser}^{\max} = M_{tser}(x_0) = 28.73 \text{ kNm}$$

$$\rightarrow M_{tser}^{\max} = 28.8 \text{ kNm}$$

Valeurs à retenir

Moments ultimes maximums



Moments de service maximums

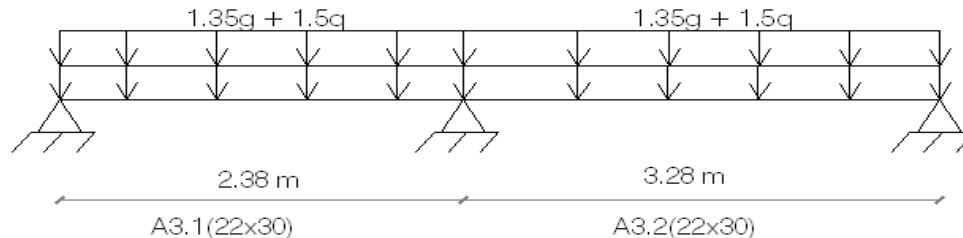


Remarque : On constate d'après les valeurs trouvées que $\frac{M_{ser}}{M_u} \cong \frac{q_{ser}}{q_u} \cong 0.73$.

On aurait pu donc supposer sans refaire les calculs que $M_{ser} = 0.73 M_u$

□ Efforts tranchants

Les efforts tranchants maximums ultimes seront déterminés en considérant le cas de chargement suivant :



1^{er} cas : Effort tranchant ultime maximal sur appui 1

$$V_1^u = V_{01}^u = \frac{P_u L_1}{2} = 46 \text{ kN}$$

2^{ème} cas : Effort tranchant ultime maximal sur appui 2

○ A gauche de l'appui

$$V_{2g}^u = V_{02g}^u + \frac{M_{2u} - M_{1u}}{L} = V_{02g}^u + \frac{M_{2u}}{L} = -\frac{P_u L_1}{2} + \frac{M_{2u}}{L}$$

$$= -46 - \frac{28.9}{2.38} = -58.2 \text{ kN}$$

- A droite de l'appui

$$V_{2d}^u = V_{02d}^u + \frac{M_{3u} - M_{2u}}{L_2} = V_{02d}^u - \frac{M_{2u}}{L_2} = \frac{P_u L_2}{2} - \frac{M_{2u}}{L_2}$$

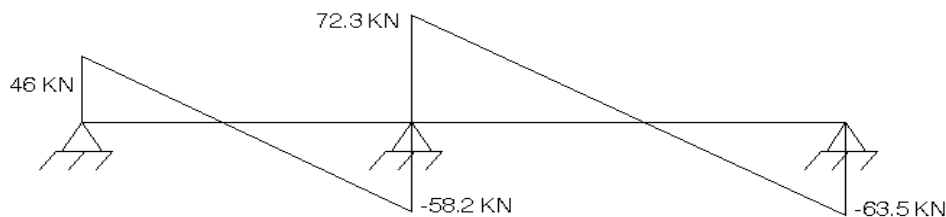
$$= 63.47 + \frac{28.9}{3.28} = 72.3 \text{ kN}$$

3^{ème} cas : Effort tranchant ultime maximal sur appui 3

$$V_3^u = V_{03}^u = -\frac{P_u L_2}{2} = -63.5 \text{ kN}$$

Valeurs à retenir

Efforts tranchants ultimes maximums



4.4.2. Armatures

- Armatures longitudinales

Les armatures longitudinales en travées (A3.1 et A3.2) et en appui 2 seront déterminées à partir des valeurs des moments ultimes affichées ci dessus.

- Armatures transversales

Les espacements entre les armatures transversales seront déterminés en considérant :

- $A_t = 1 \text{ cadre } \phi 6 + 1 \text{ étrier } \phi 6 = 4 \phi 6 = 4 \times 0.283 = 1.13 \text{ cm}^2$.

et

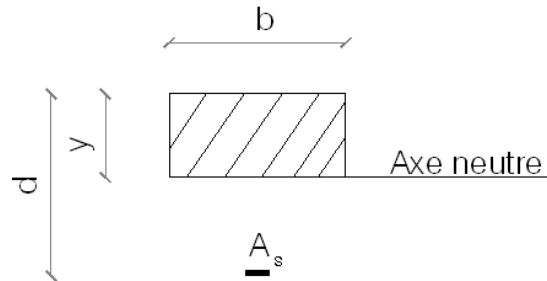
- $V_u = 58.2 \text{ kN}$ pour la travée A3.1 et $V_u = 72.3 \text{ kN}$ pour la travée A3.2

Après tous calculs faits, les armatures longitudinales sont comme suit :

- En travée A3.1 : 3 HA10

- En appui : 3 HA12
- En travée A3.2 : 3 HA14
- Vérifications des contraintes

La vérification sera faite pour la travée A3.2 (la plus sollicitée)



- Position de l'axe neutre

$$f(y) = \frac{b \cdot y^2}{2} - 15 A_s (d - y)$$

$$f(y) = 0 \Rightarrow \frac{b \cdot y^2}{2} + 15 A_s y - 15 A_s d = 0$$

$$b = 22 \text{ cm}, d = 27 \text{ cm} \text{ et } A_s = 3 \text{ HA14} = 4.62 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 11 y^2 + 69.3 y - 1871.1 = 0$$

$$\Rightarrow y = 10.27 \text{ cm}$$

- Moment d'inertie de la section supposée homogène

$$I_0 = \frac{b \cdot y^3}{3} + 15 A_s (d - y)^2$$

$$I_0 = 27340 \text{ cm}^4 = 2.734 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

- Contrainte de compression maximale dans le béton à l'ELS

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser} \cdot y}{I} = \frac{28.8 \times 0.103}{2.734 \times 10^{-4}} = 10.85 \times 10^3 \text{ kPa} = 10.85 \text{ MPa}$$

→ $\sigma_{bc} < 0.6 f_{c28}$ (il n'y a pas un dépassement des contraintes en appui et dans les deux travées)

4-4.3. Flèches

On se limite à calculer la flèche dans la travée A3.2 (la plus sollicitée)

La part de la flèche totale qui doit être comparée aux valeurs admissibles a pour valeur :

$$\Delta f_t = f_{gv} - f_{ji} + f_{pi} - f_{gi}$$

En considérant :

- $f_i = \frac{M_{ser}L^2}{10E_i I_{fi}}$ et $f_v = \frac{M_{ser}L^2}{10E_v I_{fv}}$
- $g = 22.9 \text{ kN/m}$
- $p = p_{ser} = 28.1 \text{ kN/m}$
- $j = \text{charges permanentes au moment de la mise des cloisons}$
 $= g_{pr} + g_{\text{plancher brut}} + g_{\text{cloison}}$
 $= 1.65 \text{ kN/m} + [2.8 \text{ kN/m}^2 \times (1.715 \text{ m} + 1.415 \text{ m})] \times 1.10 + 4 \text{ kN/m}$
 $= 15.3 \text{ kN/m}$

$$\frac{g}{p} = 0.81 \text{ et } \frac{j}{p} = 0.54 \Rightarrow \text{on considère : } M_{ser,g} = 0.81M_{ser} \text{ et } M_{ser,j} = 0.54M_{ser}$$

- Travée A3.2 :

$$M_{ser} = 28.8 \text{ kNm}$$

$$M_{ser,g} = 0.81 \times 28.8 = 23.33 \text{ kNm}$$

$$M_{ser,j} = 0.54 \times 28.8 = 15.55 \text{ kNm}$$

$$E_i = 11000 f_{c28}^{1/3} = 31280 \text{ MPa}$$

$$E_v = \frac{E_i}{3} = 10427 \text{ MPa}$$

$$I_{fi} = \frac{1.1I_0}{1+\lambda_i\mu} \text{ et } I_{fv} = \frac{1.1I_0}{1+\lambda_v\mu}$$

$$\mu = 1 - \frac{1.75f_{t28}}{(4\rho\sigma_s + f_{t28})}$$

$$\lambda_i = \frac{0.05f_{t28}}{2+3(b_0/b)\rho} \text{ et } \lambda_v = 0.4\lambda_i$$

$$\rho = \frac{A}{b_0d} = \frac{2.36}{22 \times 0.9 \times 30} = 0.004$$

$$\sigma_s^p = \frac{15 \times M_{ser}(d-y)}{I_0} = \frac{15 \times 28.8 \times 0.167}{2.734 \times 10^{-4}} = 264 \times 10^3 \text{ kPa} = 264 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s^g = \frac{15 \times M_{serg}(d-y)}{I_0} = \frac{15 \times 23.33 \times 0.167}{2.734 \times 10^{-4}} = 214 \times 10^3 \text{ kPa} = 214 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s^j = \frac{15 \times M_{serj}(d-y)}{I_0} = \frac{15 \times 15.55 \times 0.167}{2.734 \times 10^{-4}} = 143 \times 10^3 \text{ kPa} = 143 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \lambda_i = \frac{0.05 \times 1.98}{2 + 3 \times 0.004} = 0.05 \text{ et } \lambda_v = 0.02$$

$$\mu_p = 1 - \frac{1.75 \times 1.98}{(4 \times 0.004 \times 264 + 1.98)} = 0.441$$

$$\mu_g = 1 - \frac{1.75 \times 1.98}{(4 \times 0.004 \times 214 + 1.98)} = 0.359$$

$$\mu_j = 1 - \frac{1.75 \times 1.98}{(4 \times 0.004 \times 143 + 1.98)} = 0.188$$

D'où:

$$I_{fpi} = \frac{1.1 \times 27340}{1 + 0.05 \times 0.441} = 29427 \text{ cm}^4 = 2.942 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{fgi} = \frac{1.1 \times 27340}{1 + 0.05 \times 0.359} = 29544 \text{ cm}^4 = 2.954 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{fji} = \frac{1.1 \times 27340}{1 + 0.05 \times 0.188} = 29794 \text{ cm}^4 = 2.979 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{fpv} = \frac{1.1 \times 27340}{1 + 0.02 \times 0.441} = 29811 \text{ cm}^4 = 2.981 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{fgv} = \frac{1.1 \times 27340}{1 + 0.02 \times 0.359} = 29860 \text{ cm}^4 = 2.986 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{fjv} = \frac{1.1 \times 27340}{1 + 0.02 \times 0.188} = 29961 \text{ cm}^4 = 2.996 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Ainsi, on trouve :

$$f_{gv} = \frac{23.33 \times 10^{-3} \times 3.28^2}{10 \times 10427 \times 2.986 \times 10^{-4}} = 0.0086 \text{ m} = 0.86 \text{ cm}$$

$$f_{ji} = \frac{15.55 \times 10^{-3} \times 3.28^2}{10 \times 31280 \times 2.979 \times 10^{-4}} = 0.0018 \text{ m} = 0.18 \text{ cm}$$

$$f_{pi} = \frac{28.8 \times 10^{-3} \times 3.28^2}{10 \times 31280 \times 2.942 \times 10^{-4}} = 0.0034 \text{ m} = 0.34 \text{ cm}$$

$$f_{gi} = \frac{23.33 \times 10^{-3} \times 3.28^2}{10 \times 31280 \times 2.954 \times 10^{-4}} = 0.0027 \text{ m} = 0.27 \text{ cm}$$

$$\Delta f_i = 0.86 - 0.18 + 0.34 - 0.27 = 0.75 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \Delta f_i = 0.75 \text{ cm}$$

$$L = 3.28 \text{ m} \Rightarrow f_{adm} = \frac{L}{500} = 0.656 \text{ cm}$$

$$\rightarrow f_{adm} = 0.656 \text{ cm}$$

Conclusion :

La flèche dépasse légèrement la flèche admissible dans la travée A 3.2. Il suffira donc d'augmenter la section d'armatures en travée (ceci permettra d'augmenter I_0) pour trouver une valeur admissible.

La travée A3.2 est beaucoup plus sollicitée que A3.1 \Rightarrow la flèche en A3.1 ne sera pas dépassée.