# Chapitre 7

# Poutres continues

# POUTRES CONTINUES

## 1- RAPPELS DE RDM :

Pour une travée quelconque $G_{i-1}$ $G_i$ de longueur $l_i$ d'une poutre continue, soumise à l'action d'un système quelconque de charges, les moments fléchissant et les efforts tranchants dans la travée continue sont donnés par :

$$M_t(x) = M_{t0}(x) + M_{i-1}\left(1-\frac{x}{L_i}\right) + M_i\,\frac{x}{L_i}$$

$$V(x) = V_0(x) + \left(\frac{M_i - M_{i-1}}{L_i}\right)$$

avec :

* $M_t(x)$ et $V(x)$ = les moments fléchissant et les efforts tranchants dans la travée continue

* $M_{t0}(x)$ et $V_0(x)$ = les moments fléchissant et les efforts tranchants dans la travée de référence isostatique, soumise aux mêmes charges et de même portée que la travée étudiée ;

* $M_{i-1}$ et $M_i$ = les moments respectivement aux appuis $G_{i-1}$ et $G_i$ .

## 2- INADAPTATION DE LA METHODE DES TROIS MOMENTS AUX MATERIAUX PARTICULIERS (LE BETON ARME)

Une des méthodes théoriques de calcul des poutres continues est la méthode des trois moments.

* Avec cette méthode, **on constate que la valeur du moment calculé sur appui est généralement plus importante que les valeurs maximales des moments en travées**.

* En fissuration peu préjudiciable, sous l'application des sollicitations de calcul des micro fissures apparaissent en premier lieu dans les zones les plus sollicités (les appuis).

Ces zones vont devenir moins résistantes et les efforts qu'elles ne pourront plus reprendre seront répartis sur les parties les moins sollicitées initialement (en travées) pour que la poutre reste en équilibre.

Ainsi les moments repris sur appuis vont diminuer et faire augmenter les moments repris en travées. Cette constatation est appelée phénomène **d'adaptation entre sections**.

* Lorsqu'on charge une poutre en béton armé, on crée une flèche. Si on laisse la poutre chargée sur une longue période (cas du bâtiment) la flèche va augmenter.

Ce phénomène de déformation sous chargement constant est appelé **fluage**.

Cette déformation supplémentaire, non prise en compte par la formule des trois moments, augmente les sollicitations en travée.

- Pour ces deux raisons (fluage et phénomène d'adaptation entre sections), la méthode des trois moments n'est pas utilisée directement dans le calcul des poutres continues des bâtiments.

## 3- METHODES DE CALCUL

Plusieurs méthodes de calcul existent et adaptent la formule des trois moments au béton armé.

Les méthodes les plus courantes sont la méthode forfaitaire et la méthode d'Albert CAQUOT.

### 3-1. Méthode forfaitaire (Annexe E.1 des règles BAEL)

#### 3-1.1 Domaine de validité Art (B.6.210)

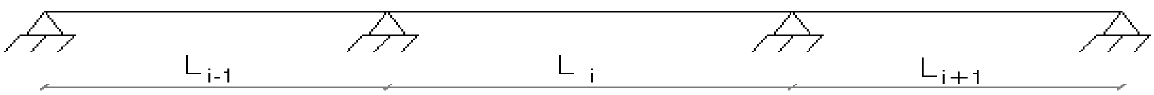
Quatre hypothèses doivent être réunies :

**Hyp1** : les charges d'exploitation q sont modérées : $\mathbf{q \leq Max\ (2g\ ;\ 500\ daN/m^2)}$
avec g = charges permanentes.

**Hyp2** : la fissuration est peu préjudiciable,

**Hyp3** : les moments d'inertie des sections sont constants dans les différentes travées en continuité,

**Hyp4** : le rapport entre les portées successives doit être compris entre 0.8 et 1.25.




$$0.8 \leq \frac{L_i}{L_{i-1}} \leq 1.25$$

$$0.8 \leq \frac{L_{-1i}}{L_i} \leq 1.25$$

### 3-1.2 Principe de la méthode :

Le principe de la méthode forfaitaire consiste à choisir arbitrairement, mais entre certaines limites, les valeurs des moments sur appuis et en travée en autorisant des transferts de moments entre les sections sur appuis et en travée (et réciproquement) : on choisit à priori des valeurs des moments telles que,

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq kM_0 \qquad (k \geq 1)$$

avec :

* $M_0$ = le moment maximal dans la travée de référence (isostatique, soumise aux mêmes charges et de même portée que la travée continue étudiée) ;

* $M_w$ et $M_e$ = les **valeurs absolues** des moments respectivement sur l'appui à gauche « west » et sur l'appui à droite « est » ;

* $Mt$ = le moment maximal dans la travée continue.

### 3-1.3 Evaluation des moments fléchissant

#### 3-1.3.1 Condition à satisfaire

On doit avoir : $$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq Max\left\{ (1+0.3\alpha)\ M_0\ ;\ 1.05M_0 \right\}$$

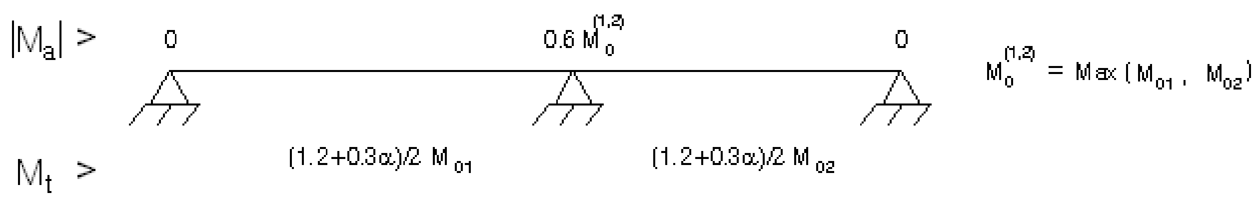
avec : $\alpha = \dfrac{q}{g+q}$ ;

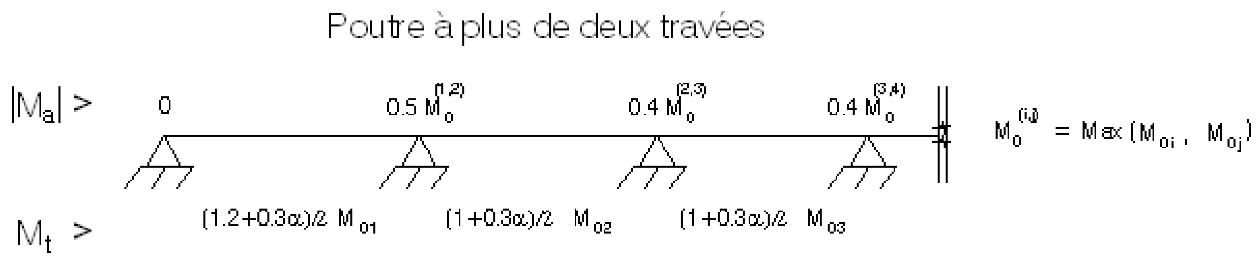
* g = charges permanentes non pondérées appliquées sur la travée considérée
* q = charges variables non pondérées appliquée sur la travée considérée

#### 3-1.3.2 Valeurs minimales des moments en appuis et en travée

On doit respecter les valeurs minimales ci-dessous.

Poutre à deux travées

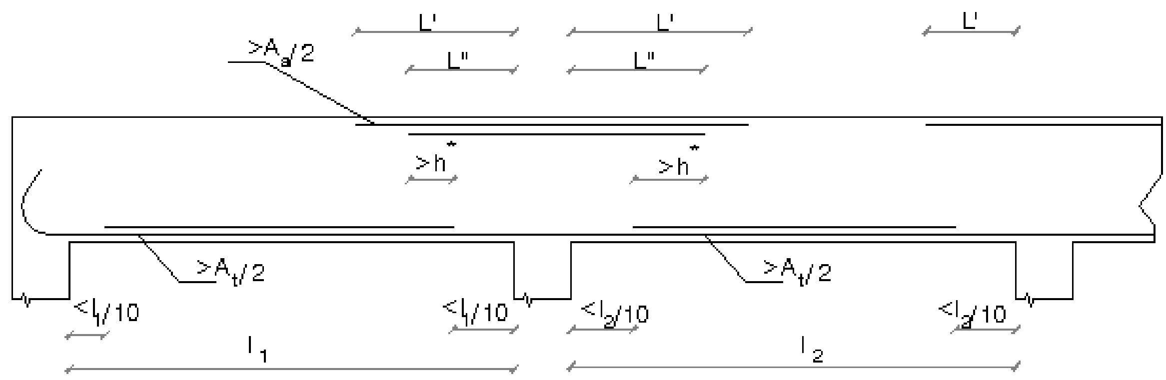





<u>Remarque:</u> Dans la pratique, on prend la valeur minimale des moments sur appuis $M_w$ et $M_e$ , puis on calcule la valeur du moment en travée $M_t$ par la formule des moments.

### 3-1.3.3 Arrêt forfaitaire des barres :

Dans le cas où : **q≤ g et les charges sont uniformément réparties**, les barres pourront être arrêtées forfaitairement comme suit :




(* = seulement si crochets d'extrémité pour ces barres)

- Du côté de la première travée de rive : **L' = max ($l_{12}$ /4 , $l_s$)** ;
- Du côté de la dernière travée de rive : **L' = max ($l_{n-1,n}$ /4 , $l_s$)** ;
- Du côté d'une travée intermédiaire (l'appui est entre les travées i et j) : **L' = max ($l_{ij}$ /5 , $l_s$)** ;
- Dans toutes les travées, quelle qu'en soit la nature : **L'' = max (l' /2 , $l_s$)** ;

avec :

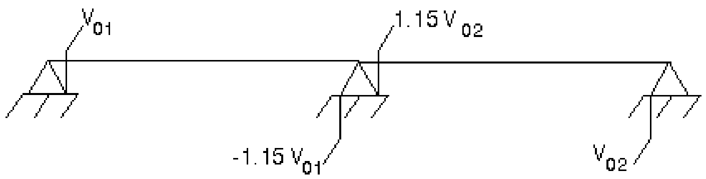
$l_{ij}$ = max ($l_i$ , $l_j$) ;
ls = longueur de scellement = 40 ø pour les barres à haute adhérence FeE 400 ;
$A_a$ et $A_t$ = armatures calculées respectivement sur appuis et en travées.

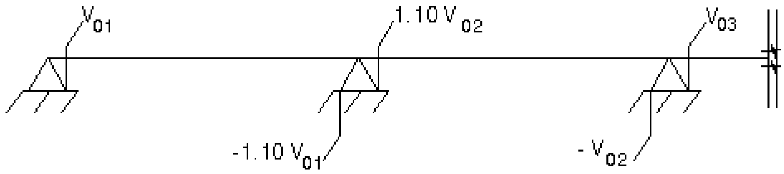
### 3-1.4 Evaluation des efforts tranchants

Les efforts tranchants sont calculés en faisant abstraction de la continuité sauf sur les appuis voisins de rive où on doit tenir en compte les dispositions ci-dessous :

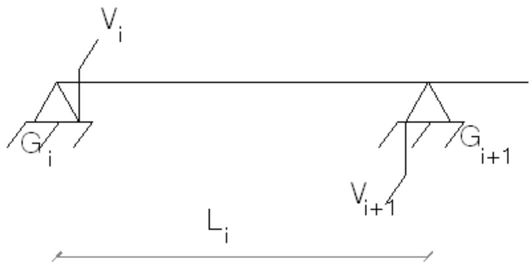
* Soit on majore forfaitairement les efforts tranchants de la poutre isostatique de référence :

- de 15 % pour les poutres à deux travées ;
- de 10 % pour les poutres à plus de deux travées.




* Soit on tient en compte les moments sur appuis évalués par la méthode forfaitaire :




$$V_{i+1} = V_{0,i+1} + \frac{M_{i+1} - M_i}{L_i}$$

## 3-2. Méthode de CAQUOT : (Annexe E.2 des règles B.A.E.L.) :

### 3-2.1 Domaine de validité (Art B.6.220) :

La méthode due à Albert CAQUOT s'applique essentiellement **aux planchers à charges d'exploitation élevées** et **susceptibles de variations rapides dans le temps et en position** et où g et q vérifient :

$$q \geq 2g \quad \text{ou} \quad q \geq 500 \text{ daN/m}^2$$

## 3-2.2 Evaluation des moments :

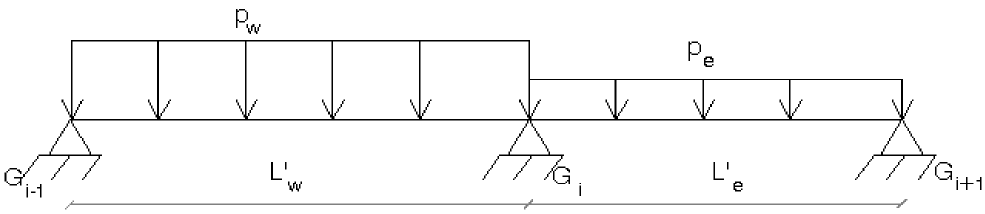
### 3-2.2.1 Moments sur appuis

On retient :

$L'_i = L_i$ pour les travées de rive sans porte à faux ;
$L'_i = 0.8\ L_i$ pour les travées intermédiaires.

#### 3-2.2.1.1 Cas des charges réparties

**a- Cas général :** On considère les deux travées fictives de portées $L'_w$ (pour celle de gauche) et $L'_e$ (pour celle de droite) de part et d'autre de l'appui $G_i$ soumises à des charges uniformément réparties ($p_w$ et $p_e$)




En se servant du théorème des trois moments, on obtient :

$$M_i = -\left( M'_w \frac{K_w}{D} + M'_e \frac{K_e}{D} \right) \qquad (*)$$

en posant :

$$M'_w = p_w \frac{L'^2_w}{8.5} \quad \text{et} \quad M'_e = p_e \frac{L'^2_e}{8.5}$$

$$K_w = \frac{I_w}{L'_w} \quad ; \quad K_e = \frac{I_e}{L'_e} \quad \text{et} \quad D = K_w + K_e$$

$I_e$ et $I_w$ = les moments d'inertie de la section **de béton seul.**

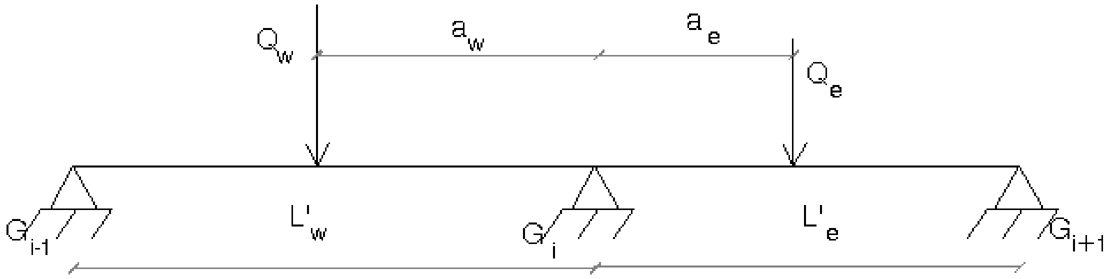
Le coefficient 8.5 (au lieu de 8) dans l'expression des moments de référence traduit l'effet de variation des inerties des sections de béton fissurées le long des travées.

**b- Cas particulier :** Si les travées ont le même moment d'inertie I, on obtient :

$$M_i = -\frac{p_w L'^3_w + p_e L'^3_e}{8.5(L'_w + L'_e)}$$

### 3-2.2.1.2 Cas des charges concentrées :

**a- Cas général :** On considère les deux travées fictives de portées $L'_w$ (pour celle de gauche) et $L'_e$ (pour celle de droite) de part et d'autre de l'appui $G_i$ soumises à une charge concentrée $Q_e$ d'abscisse $a_e$ comptée de $G_i$ et à une charge concentrée $Q_w$ d'abscisse $(- a_w)$ comptée de $G_{i\,c}$ .




En se servant du théorème des trois moments, on obtient :

$$M_i = -\left( M'_w \frac{K_w}{D} + M'_e \frac{K_e}{D} \right) \qquad (**)$$

en posant :

$$K_w = \frac{I_w}{L'_w} \quad ; \quad K_e = \frac{I_e}{L'_e} \quad \text{et} \quad D = K_w + K_e$$

$$M'_w = \sum k_w \, Q_w \, L'_w \quad \text{et} \quad M'_e = \sum k_e \, Q_e \, L'_e$$

$$k_w = \frac{1}{2.125} \frac{a_w}{L'_w} \left(1 - \frac{a_w}{L'_w}\right)\left(2 - \frac{a_w}{L'_w}\right) \text{ et } k_e = \frac{1}{2.125} \frac{a_e}{L'_e} \left(1 - \frac{a_e}{L'_e}\right)\left(2 - \frac{a_e}{L'_e}\right)$$

$I_e$ et $I_w$ = les moments d'inertie de la section **de béton seul**.

Le coefficient 2.125 (au lieu de 2) dans l'expression des coefficients $k_w$ et $k_e$ traduit l'effet de variation des inerties des sections de béton fissurées le long des travées.

**b- Cas particulier :** Si les travées ont le même moment d'inertie I, on obtient :

$$M_i = -\left(\sum k_w \, Q_w \, L'^2_w + \sum k_e \, Q_e \, L'^2_e\right) / \left(L'_w + L'_e\right)$$

### 3-2.2.1.3 Cas général :

Lorsque les charges réparties et les charges concentrées agissent simultanément, on superpose les résultats précédents.( * et **)

### 3-2.2.2 Moments en travées :

Les valeurs des moments sur appuis sont obtenus en appliquant les formules indiquées ci dessus.
Les moments en travée sont calculés **en considérant les travées réelles (de portée L et non pas L')** chargées ou non suivant les cas étudiés.

Les étapes de calcul seront comme suit :

* Par application de la méthode de CAQUOT, on calcule les moments aux appuis $M_i$ et $M_{i+1}$ correspondant au même cas de charge considéré pour les travées adjacentes de chaque appui $G_i$ et $G_{i+1}$ **(et non pas pour le cas de charge conduisant au moment maximum en appui)** ;

* On détermine pour le même cas de charge considéré le moment en travée de référence supposée isostatique : $M_{t0}(x)$ ;

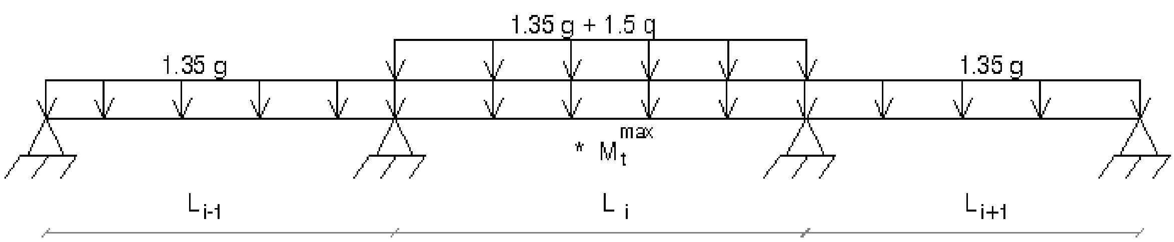
* On déduit pour le même cas de charge considéré le moment en travée continue :

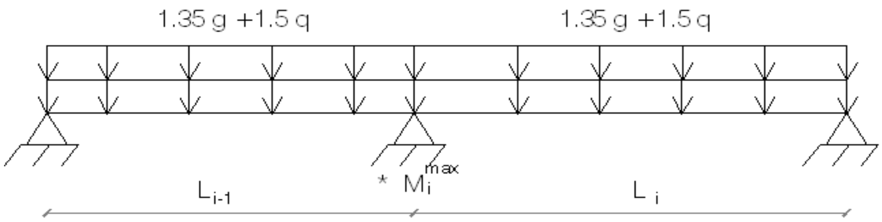
$$M_t(x) = M_{t0}(x) + M_{i-1}\left(1-\frac{x}{L_i}\right) + M_i\frac{x}{L_i}$$

* On détermine $x_0$ correspondant à : $\dfrac{dM_t(x)}{dx} = 0$

* On obtient : $M_t^{max} = M_{t0}(x_0) + M_{i-1}\left(1-\frac{x_0}{L_i}\right) + M_i\frac{x_0}{L_i}$

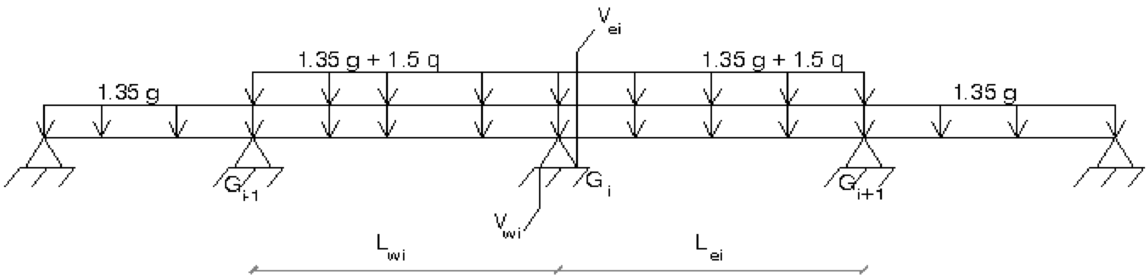
*Exemple :* Pour le cas d'une poutre continue soumise à des charges uniformément réparties, les moments maximums à l'ELU en une travée intermédiaire et en un appui intermédiaire doivent être calculés en envisageant les cas de charges suivants :






## 3-2.3 Evaluation des efforts tranchants :

Les efforts tranchants sont calculés en tenant compte des moments sur appuis évalués par la méthode de CAQUOT.




$$V_{wi} = -V_{0wi} \frac{M_i - M_{i-1}}{L_{wi}} \quad \text{et} \quad V_{ei} = -V_{0ei} + \frac{M_{i+1} - M_i}{L_{ei}}$$

avec :

$V_{0wi}$ et $V_{0ei}$ = les efforts tranchants sur appui $G_i$ des travées isostatiques de référence en valeur absolue ;

$M_{i-1}$ , $M_i$ et $M_{i+1}$ = les moments sur appuis avec leur signe.

(Le cas de chargement indiqué sur le schéma ci dessus conduit aux efforts tranchants maximums en appui $G_i$ à l'ELU)

## 3-3. Méthode de CAQUOT minorée :

Dans le cas où la méthode forfaitaire ne peut pas être applicable et on a $q < 2g$ ou
$q < 500$ daN/m$^2$, on applique la méthode de CAQUOT en multipliant la part des moments sur appui **provenant des seules charges permanentes** par un coefficient variant entre 1 et 2/3. (généralement on fixe le coefficient multiplicateur par 2/3)