



Département Technologies de l'Informatique

Chapitre 1 : Introduction au traitement de signal

Public cible : TI L1

Réalisé par : Mr Slah MHAYA

Année universitaire : 2011/2012



Traitement du Signal

- Introduction au TS
- Transformation de Fourier
- Systèmes linéaires continus
- Filtrage analogique
- Continu \rightarrow Discret
- TF en Discret
- Systèmes linéaires Discrets
- Filtrage Numérique

2

Contenu du cours

- Introduction
 - Définition d'un signal
 - Qu'est-ce que le traitement du signal?
 - Chaîne de traitement de l'information
- Classification des signaux
- Signaux fondamentaux
- Les systèmes

3

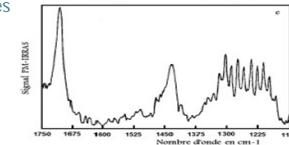
Introduction

Signal

- Représentation physique d'une information à transmettre
- Entité qui sert à véhiculer une information

Exemples

- Onde acoustique : courant délivré par un microphone (parole, musique, ...)
- Signaux biologiques : activité électrique du cerveau, activité musculaire du cœur, ...
- Tension aux bornes d'un condensateur en charge
- Signaux géophysiques : vibrations sismiques
- Finances : cours de la bourse
- Débit de la Seine
- Images
- Vidéos
- etc.



Bruit :

- Tout phénomène perturbateur pouvant gêner la perception ou l'interprétation d'un signal

4

Définitions

- Traitement du signal
 - Ensemble de techniques permettant de créer, d'analyser, de transformer les signaux en vue de leur exploitation
 - Extraction du maximum d'information utile d'un signal perturbé par le bruit

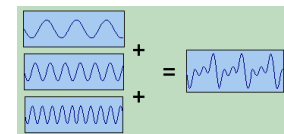


Notion très importante : le bruit

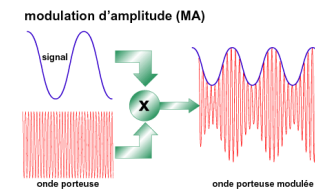
5

Fonctions du traitement du signal

- Créer : Élaboration de signaux
 - Synthèse : création de signaux par combinaison de signaux élémentaires



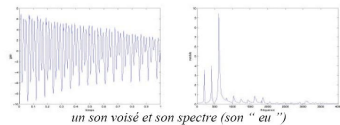
- Modulation : adaptation du signal au canal de transmission



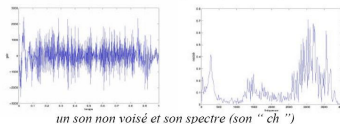
6

Fonctions du traitement du signal...suite

- Analyser : Interprétation des signaux
 - **Détection** : isoler les composantes utiles d'un signal complexe ,extraction du signal d'un bruit de fond
 - **Identification** : classement du signal (identification d'une pathologie sur un signal , reconnaissance de la parole, etc.)



un son voisé et son spectre (son " eu ")



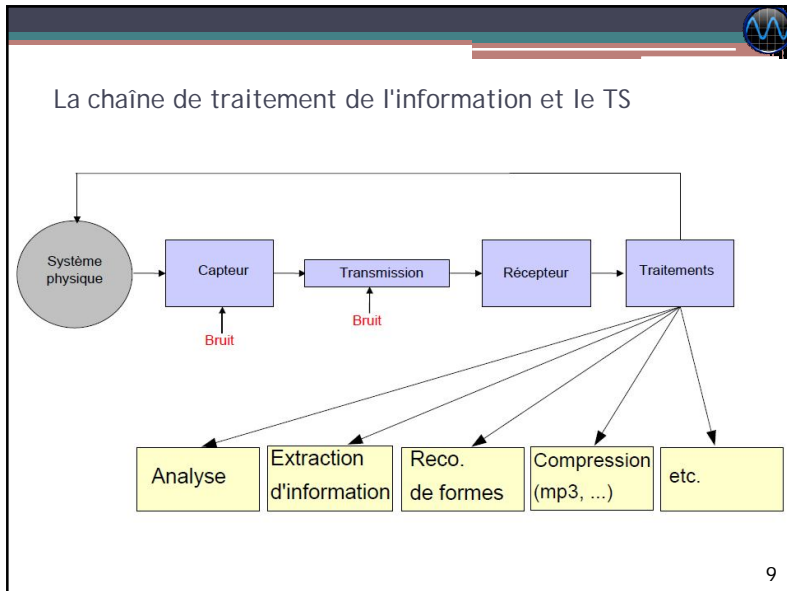
un son non voisé et son spectre (son " ch ")

7

Fonctions du traitement du signal...suite

- Transformer : adapter un signal aux besoins
 - **Filtrage** : élimination de certaines composantes
 - Détection de craquements sur un enregistrement,
 - Détection de bruit sur une image,
 - Annulation d'écho, etc.
 - **Codage/compression** (Jpeg, mp3, mpeg4, etc.)

8



Classification des signaux

- Classification dimensionnelle
 - Signal monodimensionnel 1D : Fonction d'un seul paramètre, pas forcément le temps : une concentration, une abscisse, etc.

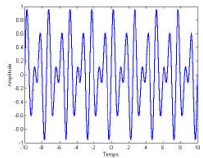
- Signal bidimensionnel 2D : Exemple : image statique noir et blanc
→ brillance $B(x,y)$
- Signal tridimensionnel 3D : Exemple : film noir et blanc → $B(x, y, t)$

10

Classification des signaux...suite

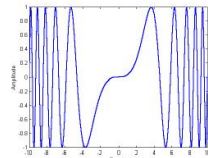
- Classification phénoménologique
 - Signaux déterministes : Signaux dont l'évolution en fonction du temps t peut être parfaitement décrite grâce à une description mathématique ou graphique.
 - Sous catégories : il existe principalement 3 types de signaux déterministes :

▪ périodiques

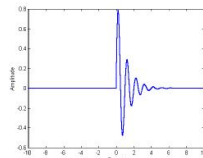


$$\exists T/x(t) = x(t + kT)$$

▪ apériodiques



▪ transitoire

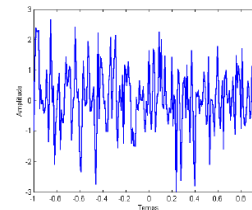


11

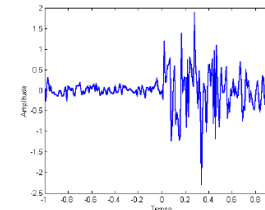
Classification des signaux...suite

- Signaux aléatoires (stochastiques) : Signaux dont l'évolution temporelle est imprévisible et dont on ne peut pas prédire la valeur à un temps t . La description est basée sur les propriétés statistiques des signaux (moyenne, variance, loi de probabilité, fonction de répartition, ...)
- Signaux aléatoires stationnaires : stationnaire si les caractéristiques statistiques (valeur moyenne) ne varient pas au cours du temps.

▪ stationnaires



▪ Non-stationnaires



12

Classification des signaux...suite

- Classification énergétique
 - **Energie et Puissance des signaux** : soit un signal $x(t)$ défini sur $]-\infty, +\infty[$ et T_0 un intervalle de temps .

- Energie totale de $x(t)$:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad \text{ou} \quad E = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt$$

- Puissance moyenne de $x(t)$: \dots

$$P = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt = E/T_0$$



Cas des signaux périodiques de période T : $P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$

13

Classification des signaux...suite

Dans cette classe, on distingue deux types de signaux :

- Signaux à énergie finies \rightarrow puissance moyenne nulle :

Généralement, cas des signaux représentant une grandeur physique.
Signaux transitoires à support borné

- Signaux à énergie infinie \rightarrow puissance moyenne non nulle :

Cas des signaux périodiques

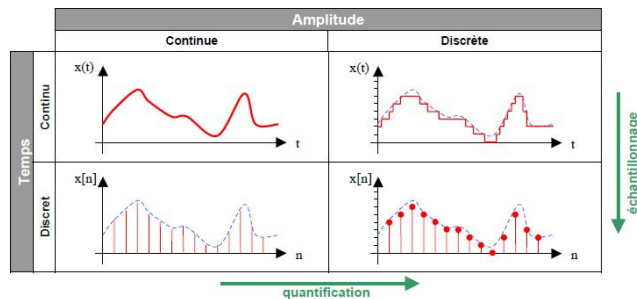


Cette notion est valable pour les signaux aléatoires et déterministes

14

Classification des signaux...fin

- Classification morphologique
 - Signaux analogiques : signaux à temps continu, définies pour toutes valeur de la variable temps
 - Signaux à temps discret : la variable de la fonction f ne peut prendre que des valeurs entières $k \in \mathbb{Z}$. dans le cas de la variable temps, k représente un multiple d'une durée t_0 .



15

Retour sur la notion de bruit

Bruit

- Def. : Tout phénomène perturbateur pouvant gêner la perception ou l'interprétation d'un signal
- La notion de bruit est relative, elle dépend du contexte
 - Exemple classique du technicien en télécom et de l'astronome :
 - Pour le technicien en télécom :
 - Ondes d'un satellite = signal
 - Signaux provenant d'une source astrophysique = bruit
 - Pour l'astronome :
 - Ondes d'un satellite = bruit
 - Signaux provenant d'une source astrophysique = signal
- Tout signal physique comporte du bruit = une composante aléatoire

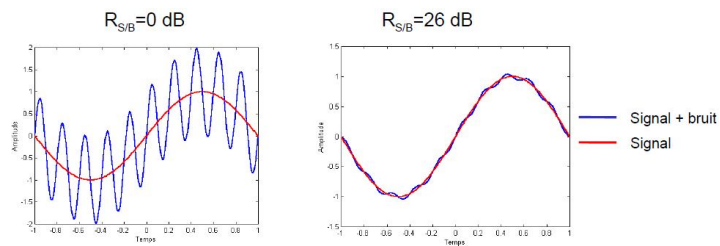
16

Notion de rapport signal sur bruit

- Objectif :
Déterminer la qualité d'un signal aléatoire ou déterministe → introduction d'un rapport $R_{S/B}$ quantifiant l'effet du bruit.

$$R_{S/B} = \frac{P_s}{P_b} \quad \text{ou} \quad R_{S/B} \text{ (dB)} = 10 \log_{10}(R_{S/B})$$

P_s est la puissance du signal et P_b celle du bruit.



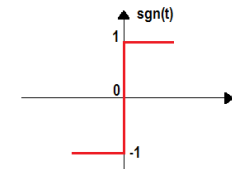
17

Signaux fondamentaux

- Fonction signe

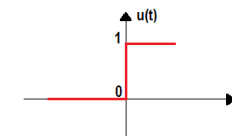
$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

$= \frac{t}{|t|}$ pour $t \neq 0$



- Fonction échelon

$$u(t) = \frac{1 + \text{sgn}(t)}{2} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$



Le signal $u(t)$ n'est pas définie à l'origine ($t=0$) ce que l'on transcrit par $u(0^-) = 0$ et $u(0^+) = 1$

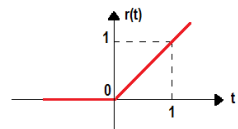
18

Signaux fondamentaux...suite

- Rampe unité

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) d\tau = t \cdot u(t)$$

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \text{ (causalité)} \\ t, & t \geq 0 \end{cases}$$



La pente de la droite exprime la vitesse de variation de la grandeur r . c'est pour cela qu'on appelle souvent la rampe unitaire **échelon de vitesse**

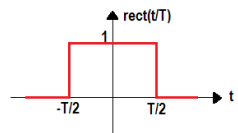
- Signal porte ou rectangle

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & \left|\frac{t}{T}\right| < \frac{1}{2} \\ 0, & \left|\frac{t}{T}\right| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Elle peut également s'écrire de la façon suivante :

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = u\left(t + \frac{T}{2}\right) - u\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

Elle sert de fonction de fenêtrage élémentaire



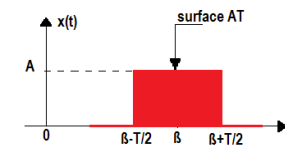
19

Signaux fondamentaux...suite

- Signal porte ou rectangle...suite
 - Effet d'une translation

Solution :

$$x(t) = A \cdot \text{rect}\left(\frac{t - \beta}{T}\right)$$



20

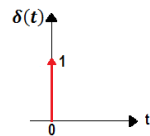
Signaux fondamentaux...suite

- Impulsion de Dirac

L'impulsion de Dirac correspond à une fonction porte dont la largeur T tendrait vers 0 et dont l'aire est égale à 1.

$\delta(t)$ ne peut être représentée graphiquement. On la schématise par le symbole \uparrow^1

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$



Le 1 marqué sur la flèche pleine représente l'aire de cette impulsion (et non la hauteur de l'impulsion)

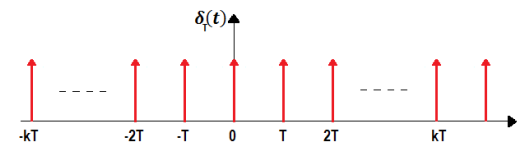
21

Signaux fondamentaux...suite

- Peigne de Dirac

Succession périodique d'impulsions de Dirac

$$p_{ng}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT) = \delta_T(t)$$



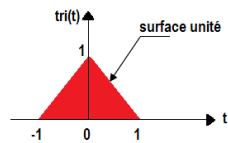
T est la période du peigne. Cette suite est parfois appelée train d'impulsions ou fonction d'échantillonnage. Ce type de signal est principalement utilisé en échantillonnage.

22

Signaux fondamentaux...suite

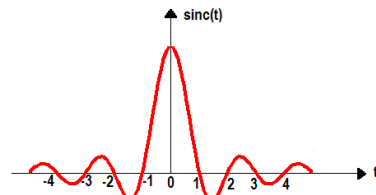
- Signal triangulaire

$$\text{tri}(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$$



- Sinus cardinal

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$



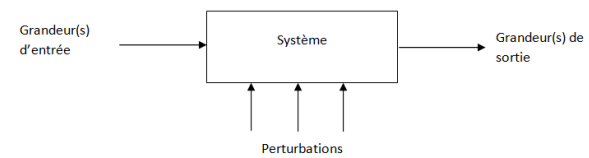
23

Les systèmes

Définitions :

- Dispositif quelconque qui produit un signal de sortie en fonction d'un signal d'entrée.
- Machine à transformer les signaux : généralement le signal de sortie est celui d'entrée (câble électrique, arbre de transmission...).

→ on considèrera dans ce qui suit le cas des systèmes multi-variables (plusieurs variables d'entrées influent sur plusieurs variables de sorties)



24

Les systèmes...suite

- Signaux d'entrée :
Grandeurs indépendantes du système qui agissent sur son état.
 - Signaux de commandes : agissent sur le système et permettent de le piloter vers un but spécifié
 - Signaux de perturbations : subis par le système. Impossible d'agir sur celles-ci → leur mode d'action est difficile à identifier

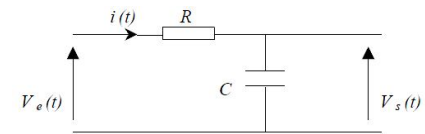


En générale les signaux d'entrée et de sortie d'un système ne sont pas de même nature. De plus le nombre des entrées peut être différent de celui des sorties.

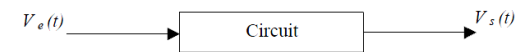
25

Les systèmes...suite

- Application :
Soit le circuit suivant :



Le schémas bloc correspondant est :



26

On suppose que la charge du condensateur est initialement nulle, on ferme l'interrupteur à $t=0$. pour $t>0$, l'équilibre électrique du circuit se traduit par :

$$R \cdot i + \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot dt = V_e(t) \quad \text{avec} \quad V_e(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot dt$$

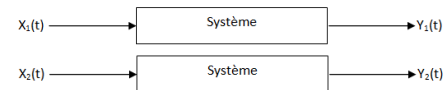
On a donc l'équation du système :

$$R \cdot C \cdot \frac{dV_e(t)}{dt} + V_e(t) = V_e(t)$$

27

Les systèmes...suite

- Propriétés
 - **Système linéaire**: la réponse à une combinaison linéaire des signaux d'entrées est égale à la combinaison linéaire des réponses



Si on applique à l'entrée : $x(t) = a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)$

On obtient à la sortie : $y(t) = a \cdot y_1(t) + b \cdot y_2(t)$

Cette propriété des systèmes linéaires est appelée **principe de superposition**

28



Les systèmes...suite

- Propriétés...suite

- **Système causal** : la réponse du système ne peut pas se produire avant l'excitation qui l'engendre.

Si $x(t) = 0$ pour $t < t_0$

Alors $y(t) = 0$ pour $t < t_0$

- **Invariant (stationnaire)** : à toute entrée $e(t-\tau)$ correspond la sortie $s(t-\tau)$ quelque soit la valeur de τ → le fonctionnement du système ne dépend pas du temps.



Un système linéaire, causal et invariant (appelé souvent filtre) est un système qui peut être décrit par une équation différentielle à coefficients constants :

$$a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \dots = b_0 x + b_1 \frac{dx}{dt} + b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + \dots$$