



Exercices du manuel de référence : 1.41 2.10 2.25 2.26 3.2 3.3 3.20

### Exercices supplémentaires

**Exercice n° 1** Soit  $X$  une variable aléatoire dont la fonction de masse est donnée par

$x$	2	3	5	8
$p(x)$	0,20	0,40	$c$	0,10

où  $c$  est une constante réelle.

a) Déterminer la valeur de la constante  $c$ . **0,30**

b) Donner la fonction de répartition de  $X$ . 
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 2 \\ 0,20 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0,60 & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ 0,90 & \text{si } 5 \leq x < 8 \\ 1 & \text{si } x \geq 8 \end{cases}$$

c) Calculer les probabilités suivantes  $P(X \leq 3)$ ;  $P(X > 2,5)$ ;  $P(2,7 \leq X < 5,1)$ .  
**0,60; 0,80; 0,70.**

d) Calculer la moyenne et l'écart type de  $X$ . **3,9; 1,7578**

**Exercice n° 2** Soit  $X$  une variable aléatoire  $X$  dont la fonction de densité est donnée par

$$f_x(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{k}{2}(3-x) & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

où  $k$  est une constante réelle.

a) Déterminer la valeur de la constante  $k$ . **3/4**

b) Donner la fonction de répartition de  $X$ . 
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3}{4} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ -\frac{3x^2}{16} + \frac{9x}{8} - \frac{11}{16} & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

c) Calculer les probabilités suivantes  $P(X \geq 1/2)$ ;  $P(1/2 < X \leq 3/2)$ ;  $P(X < 2)$ .  
**31/32; 35/64; 13/16**

d) Calculer la moyenne et la variance de  $X$ . **23/16; 0,3336**

**Exercice n° 3** Soit  $X$  une variable aléatoire continue, de fonction de répartition

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{kx}{1+x} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

**a)** Déterminer la constante  $k$ . **1**

**b)** Calculer la probabilité  $P(X \geq 2)$ . **1/3**

**c)** On considère la variable  $Y$  définie par  $Y = \frac{1}{1+X}$ .

1.c) Déterminer la fonction de densité de la variable  $Y$   $f_Y(y) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < y < 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

2.c) Sans utiliser la fonction de densité de  $Y$ , calculer  $E(Y)$ , et  $P\left(Y > \frac{1}{3}\right)$ . **1/2, et 2/3.**